

Devoir surveillé (Semestre 1)

Filière : Génie Mécanique et Industriel
Niveau : 1^{ère} année
Matière : Mécanique des Milieux Continus
Enseignant(e) : Yosra Bouassida ep Negra

Date : 14/11/2012
Durée : 1h 30
Documents : autorisés
Calculatrice : autorisée

Exercice 1 : Poussée d'Archimède

Un solide est complètement immergé dans un fluide homogène et incompressible. Le champ de contrainte dans le fluide à l'équilibre, est de la forme : $\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{\delta}}$

où p est le champ de pression dans le fluide.

Montrer que la résultante des actions du fluide sur le solide est égale à l'opposé du poids du fluide déplacé par le solide. (Théorème d'Archimède)

Exercice 2 : Etat de déformations planes

On considère l'état de déformation plane défini par :

α : l'allongement unitaire suivant $\vec{E}_1$;

λ : l'allongement unitaire suivant $\vec{E}_1$

γ : l'allongement unitaire suivant $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$

Déterminer le tenseur des déformations linéarisées $\underline{\underline{\varepsilon}}$ dans la base orthonormée $(\vec{E}_1, \vec{E}_2)$.

Exercice 3 : Cisaillement en petites déformations

On considère le champ de déplacement donné dans la base orthonormée $(\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3)$ par :

$$\vec{M}_0 \rightarrow M = \vec{U}(M_0) \begin{cases} u_1 = kX_2 \\ u_2 = 0 \\ u_3 = 0 \end{cases}$$

1- Calculer le tenseur de la transformation, le tenseur $\underline{\underline{\varepsilon}}$ et le tenseur $\underline{\underline{E}}$.

2- On se place au point A_0 de coordonnées $(1, 1, 0)$. Soit $\vec{a}$ le vecteur défini par $\vec{a} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

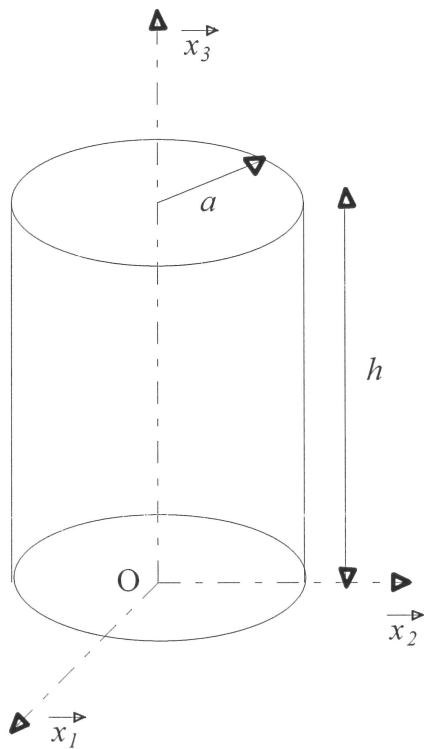
- Calculer les dilatations en A_0 dans la direction $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ et dans la direction $\vec{a}$.
- Calculer les distorsions angulaires suivantes :

$$\gamma(A_0; \vec{E}_1, \vec{E}_2) \quad \gamma(A_0; \vec{E}_3, \vec{a})$$

Les calculs doivent être faits dans les cas des grandes et petites déformations. Comparer.

Exercice 4 : Etat de contraintes dans un cylindre

L'état de contraintes dans le cylindre ci-contre est de la forme:



$$\forall(M) \overline{\overline{\sigma(M)}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{13} \\ 0 & 0 & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \\ \vec{x}_3 \end{pmatrix}$$

avec :

$$\sigma_{13} = -\frac{P}{a^2} (7x_1^2 + x_2^2 - k_1 a^2)$$

$$\sigma_{23} = -\frac{6P}{a^2} x_1 x_2$$

$$\sigma_{33} = -k_2 \frac{P}{a^2} (h - x_3) x_1$$

Dans ces expressions, P représente une constante positive connue et k_1 et k_2 sont deux constantes à déterminer.

Le cylindre est en équilibre statique, sa surface latérale n'est soumise à aucune force extérieure et les forces de volume sont négligeables.

- 1- A partir des conditions aux limites et des équations d'équilibre, déterminer les valeurs de k_1 et k_2 .
- 2- Donner l'expression du tenseur des contraintes dans la base principale pour $M_1(a, 0, h)$ et $M_2(0, 0, h)$. Déterminer les directions principales. Tracer le tricerle de Mohr en M_2 .
- 3- En tout point $M(x_1, x_2, h)$, donner le vecteur contrainte dans la direction $\vec{x}_3$ ($\overline{T(M, \vec{x}_3)}$).