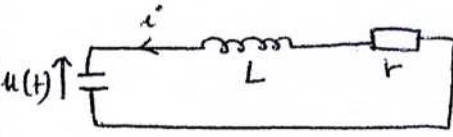


Problème 1:

1-  $q_0 = CE$  A.N.  $q_0 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$  1

2-   $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$  1,5

$$u + L \frac{di}{dt} + ri = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0$$

3-  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ;  $2\alpha\omega_0 = \frac{r}{L} \Rightarrow \alpha = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$  1,5

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$$

4- Equation caractéristique:  $\lambda^2 + 2\alpha\omega_0 \lambda + \omega_0^2 = 0$  ;  $\Delta' = \omega_0^2 (\alpha^2 - 1)$  1,5

Il existe 3 types de solutions selon le signe de  $\Delta'$ :

- 1)  $\Delta' > 0 \Rightarrow \alpha > 1$  : régime aperiodique
- 2)  $\Delta' = 0 \Rightarrow \alpha = 1$  : régime aperiodique critique
- 3)  $\Delta' < 0 \Rightarrow \alpha < 1$  : régime pseudo-periodique.

5-  $\alpha^2 = \frac{r^2}{4} \cdot \frac{C}{L}$  , A.N. :  $\alpha^2 = 4 \cdot 10^{-4} < 1$  1

$\Delta' < 0 \Rightarrow$  le régime est pseudo-periodique.

6-  $\Delta' = (j\omega_0 \sqrt{1-\alpha^2})^2 = (j\omega)^2$  ,  $\omega = \omega_0 \sqrt{1-\alpha^2}$  2

$\lambda_{1,2} = -\alpha\omega_0 \pm j\omega$

$u(t) = e^{-\alpha\omega_0 t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$

$u(t=0) = E \Rightarrow A = E$

$\left. \begin{aligned} \frac{du(t)}{dt} \Big|_{t=0} = 0 \Rightarrow B = \frac{\alpha\omega_0}{\omega} E \end{aligned} \right\} \Rightarrow u(t) = E e^{-\alpha\omega_0 t} \left( \cos \omega t + \frac{\alpha\omega_0}{\omega} \sin \omega t \right)$

7- pseudo-période:  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\alpha^2}}$  1

A.N. :  $T = 6,28 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

8-  $E e^{-\alpha\omega_0 t_0} = \frac{E}{20} \Rightarrow t_0 = \frac{1}{\alpha\omega_0} \ln 20$  ; A.N. :  $t_0 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$  1

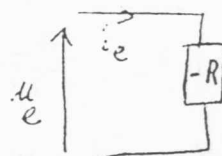
$\frac{t_0}{T} = 24 \Rightarrow$  Expérimentalement, on observe plusieurs pseudo-périodes.

1- AD idéal  $\Rightarrow i_+ = 0$  ; diviseur de tension  $V_+ = \frac{R}{R+R_1} u_s$

2-  $V_- = u_e$

AD idéal en fonctionnement linéaire  $\Rightarrow V_- = V_+ \Rightarrow u_e = -R i_e$

3- Le montage est équivalent à une résistance négative car la loi d'Ohm s'écrit  $u_e = -R i_e$  en convention récepteur:



10-  $|u_s| \leq V_{sat} \Rightarrow |u_e| \leq \frac{R}{R+R_1} V_{sat}$

11- Pour  $u_s = V_{sat} \leadsto u_e = V_{sat} + R_1 i_e$

Pour  $u_s = -V_{sat} \leadsto u_e = -V_{sat} + R_1 i_e$

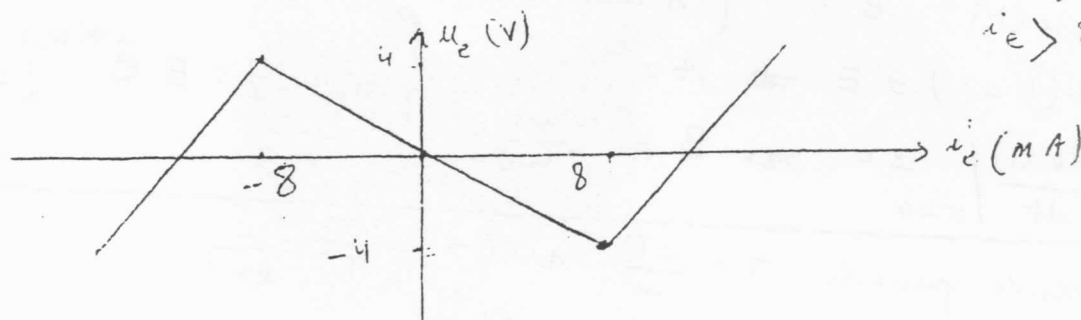
2-  $\frac{R}{R+R_1} V_{sat} = 4V$

• régime linéaire:  $|u_e| \leq 4V \leadsto |i_e| \leq \frac{V_{sat}}{R+R_1} = 8 \cdot 10^{-3} A$

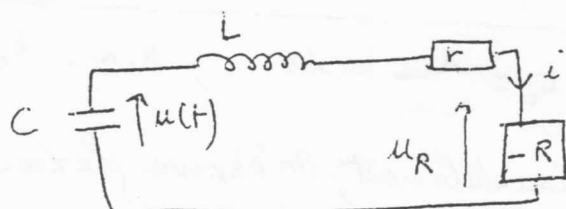
$u_e = -500 i_e$

• régime saturé et  $u_s = +V_{sat} \Rightarrow u_e = 12 + 1000 i_e \leadsto u_e < 4V$   
 $i_e < -\frac{V_{sat}}{R+R_1}$   
 $i_e < -8 \cdot 10^{-3} A$

• régime saturé et  $u_s = -V_{sat} \Rightarrow u_e = -12 + 1000 i_e \leadsto u_e > -4V$   
 $i_e > 8 \cdot 10^{-3} A$



13.



$i = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{du}{dt}$

$$u(t) - L \frac{di}{dt} - ri = -Ri \Rightarrow \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{(r-R)}{L} \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u(t) = 0$$

1,5

$u(t)$  est sinus-oïdale si  $r-R=0 \Rightarrow r=R$

1

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

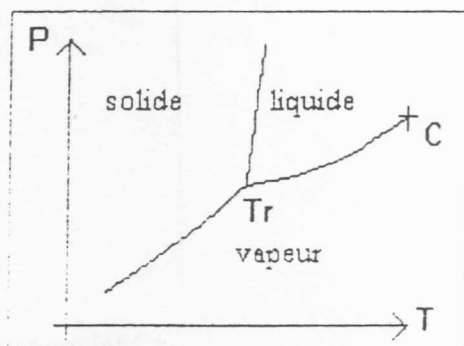
1

Problème 2 :

### 1- Changement de phase solide-liquide

1-

Les courbes représentent l'ensemble des points (P,T) où le corps pur est à l'état d'équilibre sous deux phases. Elles délimitent des domaines où le système est monophasé.  
 $T_r$  : point triple où les 3 phases coexistent.  
 $C$  : point critique au-delà duquel on ne peut plus distinguer la transition liquide du gaz : c'est l'état supercritique.



1  
+  
1

2-1-

La différentielle de la fonction enthalpie libre  $G = U + PV - TS$  s'écrit :  
 $dG(m, P, T) = V dP - S dT$

par unité de masse du corps pur :  $dg(P, T) = \frac{dG}{m} = \frac{V}{m} dP - \frac{S}{m} dT = v dP - s dT$   
 $v$  : volume massique et  $s$  : entropie massique

1

2-2

Considérons les phases (1) et (2) en équilibre dans les conditions (T, P) :

$$g_1(T, P) = g_2(T, P)$$

Sur la courbe de changement de phases :  $dg_1(P, T) = dg_2(P, T)$

$$\Rightarrow v_1 dP - s_1 dT = v_2 dP - s_2 dT$$

$v_i$  est le volume massique du corps pur dans la phase  $i$  et  $s_i$  l'entropie massique du corps pur dans la phase  $i$ .

0,75  
+  
0,75

2-3

D'après la condition d'équilibre,  $(v_2 - v_1) dP = (s_2 - s_1) dT$

or :  $s_2 - s_1 = \frac{L_{1 \rightarrow 2}}{T}$  où  $L_{1 \rightarrow 2}$  est la chaleur latente de changement de phase  $1 \rightarrow 2$ , exprimée en  $J \cdot kg^{-1}$ .

D'où l'équation de Clapeyron :  $L_{1 \rightarrow 2} = T(v_2 - v_1) \left( \frac{dP}{dT} \right)_{1 \rightarrow 2}$

0,5  
+  
0,5  
+  
0,5

3-1

$$\left( \frac{dP}{dT} \right)_{s \rightarrow l} = \frac{L_F}{T(v_l - v_s)} = -1,35 \cdot 10^7 \text{ Pa K}^{-1}$$

1

3-2-

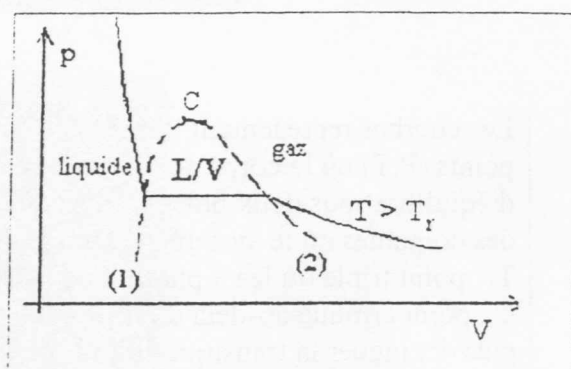
En assimilant la courbe de fusion à une droite :  $\frac{\Delta P}{\Delta T} = \left( \frac{dP}{dT} \right)_{T=T_f} =$

$$\Delta T = \frac{\Delta P}{\left( \frac{dP}{dT} \right)_{T=T_f}} = -7,40 \text{ K}$$

C'est une valeur très faible, qui est une conséquence de la très grande pente (valeur absolue) de la courbe de fusion.

4-

## II- Changement phase liquide - vapeur



- \* Mélange diphasé : coexistence de deux phases (liquide- vapeur)
- \* Palier de changement d'état : A une température donnée, le changement d'état fait à pression constante correspondant à un palier horizontal dans le diagramme dessus.
- \* Courbe de rosée : courbe (2) : lieu des points de liquide saturant
- \* Courbe d'ébullition : courbe (1) : lieu des points de vapeur saturante
- \* Point critique C : point critique au-delà duquel on ne distingue plus la transition liquide du gaz

5-1

$$\Delta h = L_{\text{vap}}$$

$$\Delta s = \frac{L_{\text{vap}}}{T}$$

$L_{\text{vap}} = \text{Chaleur latente de vaporisation}$

5-2

$$\Delta h = 2,24 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1} \text{ (valeur très grande)}$$

$$\Delta s = 6005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} \text{ (} \Delta s > 0 \text{ car on passe d'une phase liquide plus ordonnée à une phase gazeuse plus désordonnée)}$$

6-

A pression extérieure constante, on a :  $Q = \Delta h = L_{\text{vap}}$  or  $\Delta s = s_c + s_c$

$$s_2 = \frac{Q}{T} = \frac{\Delta h}{T} = \Delta s \text{ donc } s_c = 0 \text{ J K}^{-1} \Rightarrow \text{évolution réversible.}$$

### III- Application : Stockage des fluides

7-1-

A l'état gazeux, le fluide se comporte comme un gaz parfait.

$$\text{Pour le butane : } \rho_{\text{gaz}} = \frac{P_{\text{sat-butane}} M_{\text{butane}}}{RT} = 2,6 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{et d'après l'énoncé, on a : } \rho_{\text{liq}} = 585 \text{ kg m}^{-3}$$

1

7-2

$$\rho_{\text{moy-butane}} = \frac{5}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 200 \text{ kg m}^{-3}$$

Pour les deux corps purs on a :  $\rho_{\text{vap}} < \rho_{\text{moy}} < \rho_{\text{liq}}$

Donc, dans la bouteille du butane, on a un mélange liquide-vapeur. La pression dans l'enceinte est la pression de la vapeur saturante du corps pur à la température considérée :  $P = P_{\text{sat-butane}} = 1,1 \text{ bar}$ .

1

+

1

8-

$$P_{\text{sat}} > P_{\text{atm}}$$

il faut donc un détendeur pour que le gaz sorte à la pression atmosphérique

1

-5-