

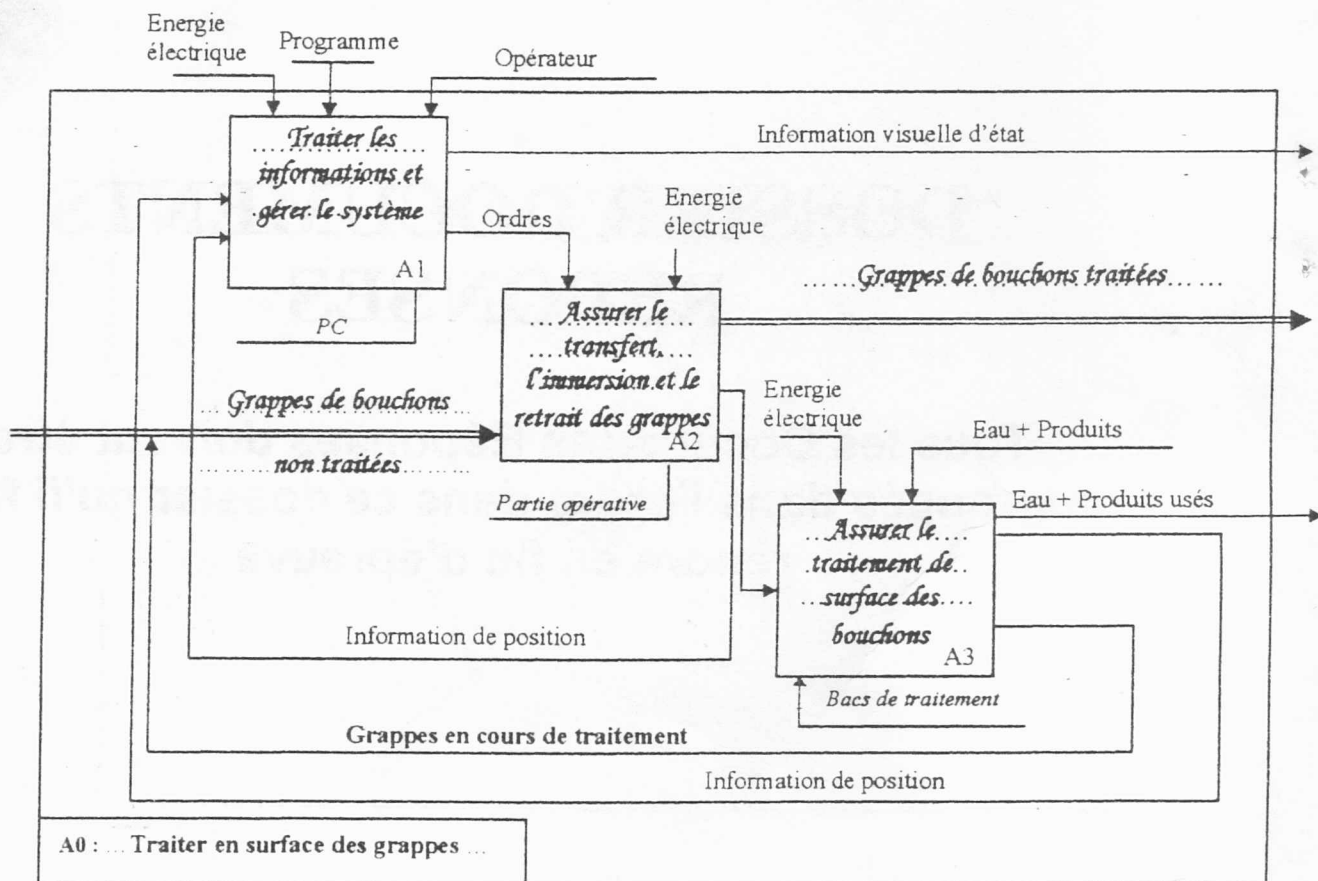
NE RIEN ECRIRE ICI

Document Réponse DR1

Partie A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A-I- Analyse fonctionnelle de l'unité de traitement

A-I-1. Actigramme niveau A0 : Compléter les éléments manquants.



Ne rien écrire
ici

Nom :

Institution d'origine :

Identification :

Série :

Signature des
surveillants

N° de la
feuille

Total des épreuves
Feuilles reçues

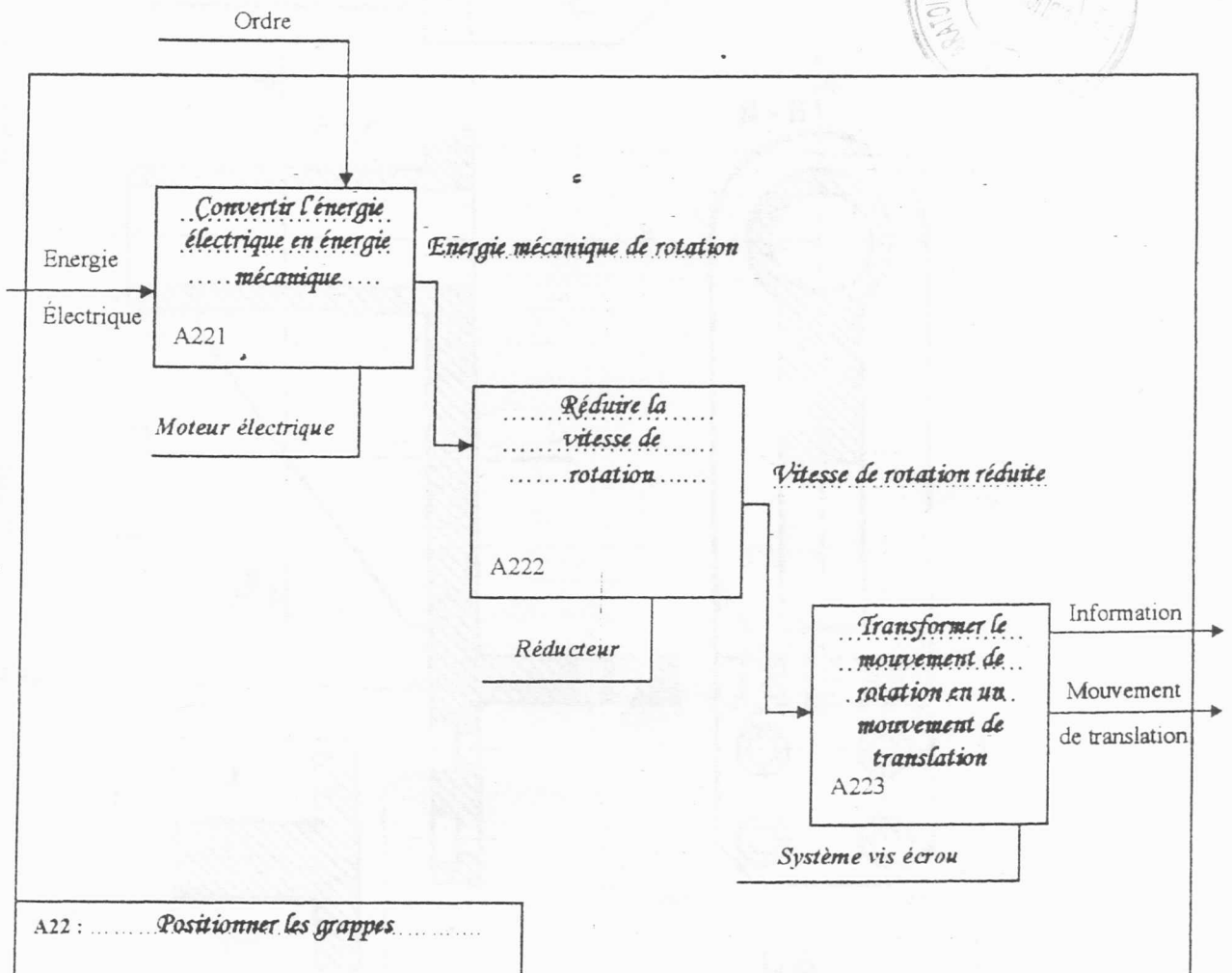
6

N° de la
feuille

Total des épreuves
Feuilles reçues

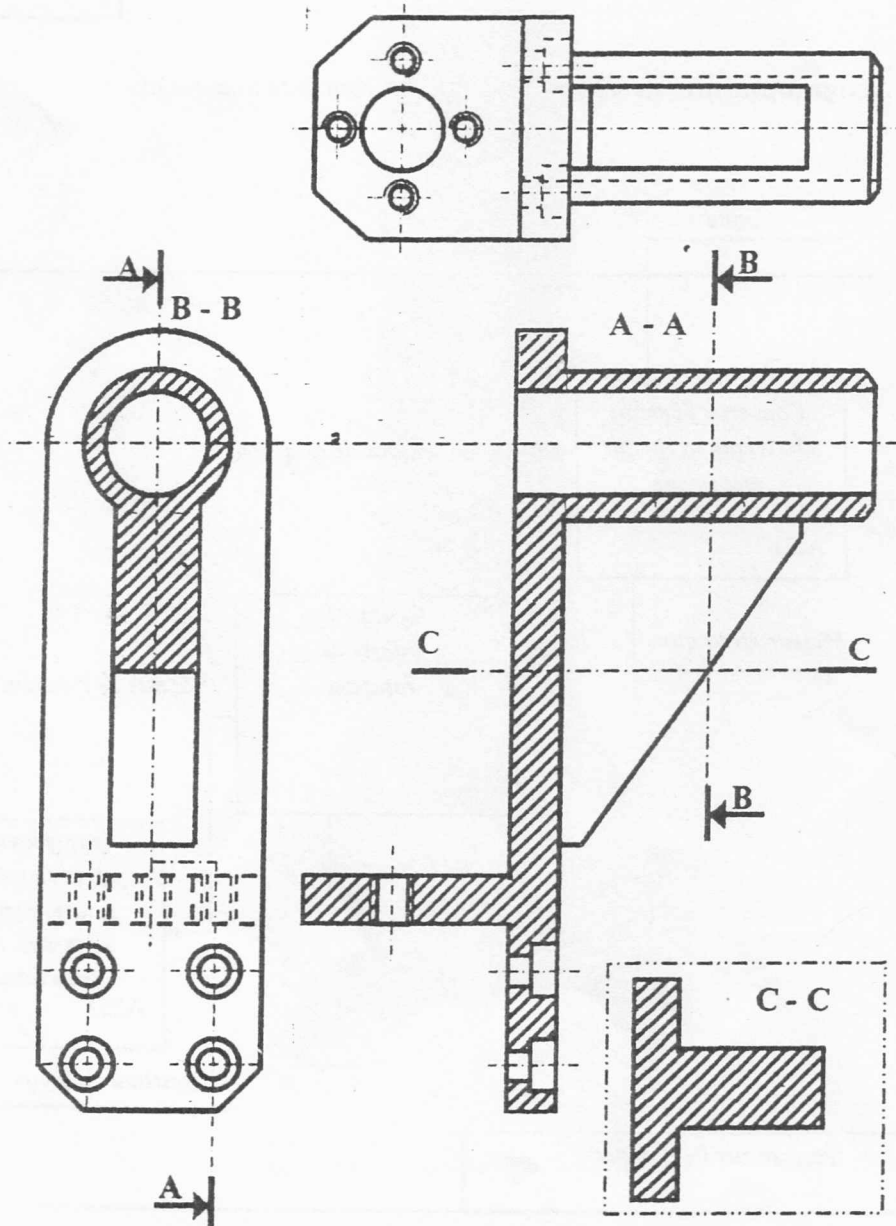
6

A-I-2. Actigramme niveau A22 : Compléter les éléments manquants



NE RIEN ÉCRIRE ICI

A-II- Etude graphique :



Ne rien écrire
ici

Signature des
surveillants

Nom

Institution d'origine

Identification

Série

CORRIGE

N° de la
feuille

Total des épreuves
Feuilles notées

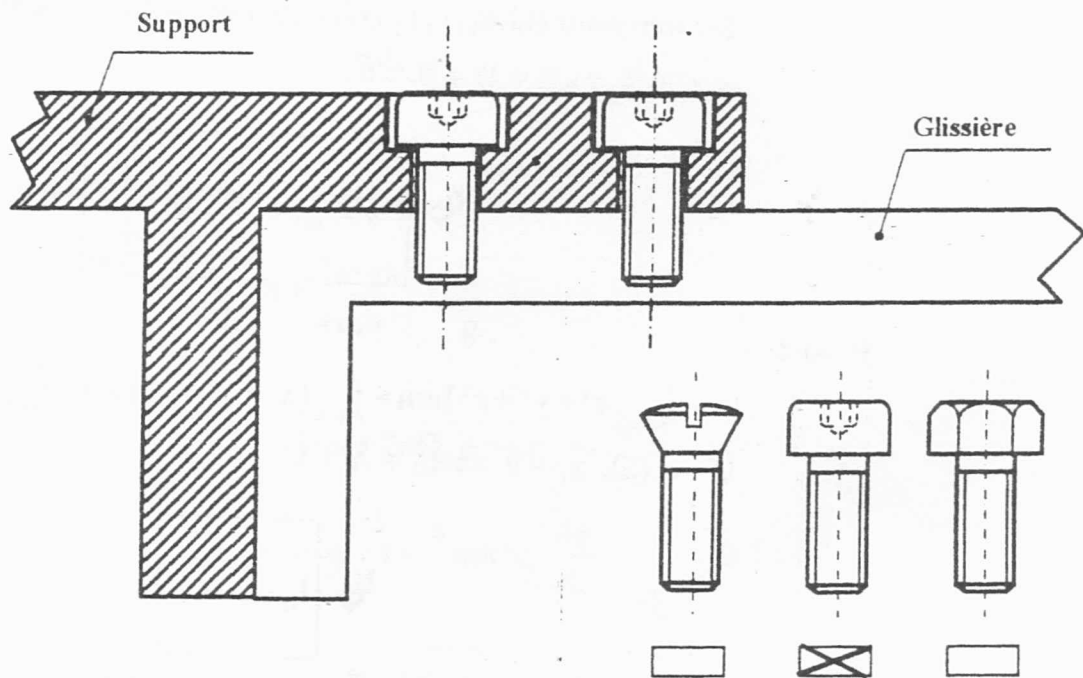
6

N° de la
feuille

Total des épreuves
Feuilles notées

6

A-III- Etude de conception :



NE RIEN ECRIRE ICI

Document Réponse DR2

Partie B : ETUDE MECANIQUE

B-1. GEOMETRIE DES MASSES

B-1-1. Modèle Continu

B-1-1-1.

Les trois plans $(G, \bar{x}_s, \bar{y}_s)$, $(G, \bar{x}_s, \bar{z}_s)$ et $(G, \bar{y}_s, \bar{z}_s)$ sont des plans de symétrie matérielle $\Rightarrow E = D = F = 0$

$$\Rightarrow [I_G(S)]_{\mathcal{B}_S} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_S}$$

B-1-1-2.

$$I_G = \int_{P \in (S)} (x^2 + y^2 + z^2) dm = \int_{P \in (S)} (x^2 + y^2 + z^2) dm = \int_{P \in (S)} x^2 dm = \int_{P \in (S)} z^2 dm, \text{ car :}$$

$$\forall P \in (S), y_P = 0 \Rightarrow I_G = A + C$$

$$\Rightarrow I_G = A + C$$

B-1-1-3. $B = \int_{P \in (S)} (x^2 + z^2) dm = A + C$, ou bien autrement :

$$I_G = A + C = \frac{1}{2}(A + B + C)$$

$$\Rightarrow B = A + C$$

Ne rien écrire
ici

Nom

Institution d'origine

Identification

Série

Signature des
surveillants

N° de la
feuille

Total des feuilles
reçues

6

N° de la
feuille

Total des feuilles
reçues

6

B-1-1-4.

✓ problème surfacique $\Rightarrow ds$

✓ Système de coordonnées : cartésien $(x, y=0, z)$

✓ $x \in [-h, h]; z \in [-L, L]$

✓ $dm = \frac{m}{Lh} dx dz$

$$\bullet A = \int z^2 dm = \frac{m}{Lh} \int_{-h}^h dx \int_{-L}^L z^2 dz = \frac{mL^2}{3}$$

$$\bullet C = \int x^2 dm = \frac{m}{Lh} \int_{-h}^h x^2 dx \int_{-L}^L dz = \frac{mh^2}{3}$$

$$\hookrightarrow [I_G(S)]_{G,S} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A+C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{G,S} \quad \text{Avec : } \begin{cases} A = \frac{mL^2}{3} \\ C = \frac{mh^2}{3} \end{cases}$$

B-1-2. Modèle discret

B-1-2-1.

$$m = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k m_0 = (2n+1)(2k+1) m_0$$



$$m = (2n+1)(2k+1) m_0$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-1-2-2.

$$\overrightarrow{GP} = x_1 \vec{x}_s + z_1 \vec{z}_s \text{ avec } x_1 = i\Delta x \text{ et } z_1 = j\Delta z \Rightarrow [I_G(P)]_{\mathcal{B}_s} = \begin{bmatrix} A_j & 0 & -E_{ij} \\ 0 & A_j + C_i & 0 \\ -E_{ij} & 0 & C_i \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_s}$$

car $D = yz \ m_0 = 0$ et $F = xy \ m_0 = 0$

$$A_j = z_1^2 m_0 = (j\Delta z)^2 m_0$$

$$C_i = x_1^2 m_0 = (i\Delta x)^2 m_0$$

$$B_{ij} = (z_1^2 + x_1^2) m_0 = ((j\Delta z)^2 + (i\Delta x)^2) m_0 = A_j + C_i$$

$$E_{ij} = (z_1 x_1) m_0 = ij\Delta x \Delta z m_0$$

$$\Rightarrow [I_G(P)]_{\mathcal{B}_s} = \begin{bmatrix} A_j & 0 & -E_{ij} \\ 0 & A_j + C_i & 0 \\ -E_{ij} & 0 & C_i \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_s} \text{ Avec :}$$

$$A_j = (j\Delta z)^2 m_0$$

$$C_i = (i\Delta x)^2 m_0$$

$$E_{ij} = ij(\Delta z)(\Delta x) m_0$$

B-1-2-3.

$$\bullet A_k = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k A_j = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k m_0 j^2 (\Delta z)^2 = m_0 (\Delta z)^2 (2n+1) \sum_{j=-k}^k j^2 = m_0 (\Delta z)^2 (2n+1) \frac{k(k+1)(2k+1)}{3}$$

Or: $L = (k+1)\Delta z$; $m = (2n+1)(2k+1)m_0$ et $A = \frac{mL^2}{3} \Rightarrow A_k = A \frac{k}{(k+1)}$

$$\bullet C_n = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k C_i = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k m_0 i^2 (\Delta x)^2 = m_0 (\Delta x)^2 (2k+1) \sum_{i=-n}^n i^2 = m_0 (\Delta x)^2 (2k+1) \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

Or: $h = (n+1)\Delta x$; $m = (2n+1)(2k+1)m_0$ et $C = \frac{mh^2}{3} \Rightarrow C_n = C \frac{n}{(n+1)}$

Ne rien écrire
ici

Nom

Institution d'origine

Identification

Série

CORRIGE

N° de la feuille	Total des feuilles Feuilles requises
	6

N° de la feuille	Total des feuilles Feuilles requises
	6

$$E_{km} = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k E_{ij} = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k m_{ij}(\Delta x)(\Delta z) = m_{ij}(\Delta x)(\Delta z) \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-k}^k ij = 0$$

$$\Rightarrow f(k) = \frac{k}{(k+1)} \text{ et } f(n) = \frac{n}{(n+1)}$$

$$I_0(5)_{\mathcal{B}_5} = \begin{bmatrix} A_k & 0 & -E_{km} \\ 0 & A_k + C_n & 0 \\ -E_{km} & 0 & C_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_5} \text{ Avec :}$$

$$A_k = \frac{mL^2}{3} \frac{k}{k+1} = A f(k)$$

$$C_n = \frac{mh^2}{3} \frac{n}{n+1} = C f(n)$$

$$E_{km} = 0$$

$$f(n) = \frac{n}{n+1} \text{ et } f(k) = \frac{k}{k+1}$$

B-1-3. Convergence des modèles

Le nombre de bouchons est assez élevé $\Leftrightarrow k \rightarrow \infty$ et $n \rightarrow \infty$.

Or: $f(k) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 1$ et $f(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$

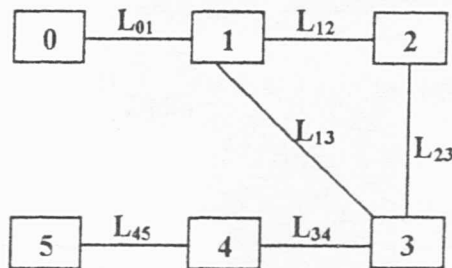
$$\Leftrightarrow A_k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} A \text{ et } C_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} C$$

Par conséquent, les deux modèles sont équivalents.

~~NE RIEN ECRIRE ICI~~

B-2- ETUDE CINEMATIQUE

B-2-1.



L_{01} : Liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_0)$

L_{12} : Liaison pivot d'axe $(A, \vec{y}_1)$

L_{45} : Liaison pivot d'axe $(E, \vec{z}_1)$

L_{13} : Liaison glissière d'axe $(C, \vec{y}_1)$

L_{34} : Liaison glissière d'axe $(D, \vec{x}_0)$

L_{23} : Liaison hélicoïdale d'axe $(B, \vec{y}_1)$

B-2-2.

$$\bar{\Omega}(1/0) = \dot{\alpha} \vec{x}_0 \quad ; \quad \bar{\Omega}(2/1) = \dot{\beta} \vec{y}_1 \quad ; \quad \bar{\Omega}(3/1) = \vec{0}$$

$$\bar{\Omega}(5/1) = \dot{\theta} \vec{z}_1 \quad ; \quad \bar{\Omega}(3/2) = \bar{\Omega}(3/1) - \bar{\Omega}(2/1) = -\dot{\beta} \vec{y}_1$$

B-2-3.

$$\left\{ \mathcal{V}_{(3/2)} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \bar{\Omega}(3/2) \\ \bar{V}(B \in 3/2) \end{array} \right\}_B \quad \text{Avec : } \bar{\Omega}(3/2) = -\dot{\beta} \vec{y}_1$$

$$\text{et : } \bar{V}(B \in 3/2) = \frac{p_1}{2\pi} \bar{\Omega}(3/2) = p \bar{\Omega}(3/2) = -p \dot{\beta} \vec{y}_1$$

$$\left\{ \mathcal{V}_{(3/2)} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\beta} \vec{y}_1 \\ -p \dot{\beta} \vec{y}_1 \end{array} \right\}_B$$

Ne rien écrire
ici

Nom

Institution d'origine

Identification

Série

Signature des
surveillants

N° de la feuille	Total des droits Feuilles reçues
	7

N° de la feuille	Total des droits Feuilles reçues
	7

B-2-4. $\bar{V}(B \equiv 3/2) = \bar{V}(B/2) - \bar{V}(B/3)$

$$= \left(\frac{dKB}{dt} \right)_{/R_2} - \left(\frac{dBB}{dt} \right)_{/R_3}$$

$$= \left(\frac{d(b_0 - b_1 + y)\bar{y}_1}{dt} \right)_{/(\bar{x}_2, \bar{y}_1, \bar{z}_2)} = \dot{y}\bar{y}_1$$

$\bar{V}(B \equiv 3/2) = \dot{y}\bar{y}_1$

$\Rightarrow$

$\dot{y} = -p\beta$

B-2-5. $\bar{V}(G \equiv 1/0) = \bar{V}(O \equiv 1/0) + \bar{\Omega}(1/0) \wedge \overline{OG}$

$\bar{V}(O \equiv 1/0) = \bar{0}$

$\bar{\Omega}(1/0) = \alpha \bar{x}_0$

$\overline{OG} = (x - a_1)\bar{x}_0 + y\bar{y}_1 + h\bar{x}_3$

$\bar{V}(G \equiv 1/0) = (y + h \sin \theta) \alpha \bar{z}_1$

$\bar{V}(G \equiv 1/0) = (y + h \sin \theta) \alpha \bar{z}_1$

$$\bar{V}(G \equiv 5/1) = \left(\frac{dHG}{dt} \right)_{/R_1} = \underbrace{\left(\frac{dHA}{dt} \right)_{/R_1}}_{\bar{0}} + \left(\frac{dAG}{dt} \right)_{/R_1}$$

$$= \dot{x}\bar{x}_0 + \dot{y}\bar{y}_1 + h\dot{\theta}\bar{y}_3$$

$\bar{V}(G \equiv 5/1) = \dot{x}\bar{x}_0 + \dot{y}\bar{y}_1 + h\dot{\theta}\bar{y}_3$

NE RIEN ECRIRE ICI

On suppose que $\mathcal{R}_1$ est en rotation par rapport à $\mathcal{R}_0$

B-2-6.

$$\text{On a : } \vec{V}(G \in S/0) = \left(\frac{d\vec{OG}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d\vec{OG}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG} \quad \text{Or : } \left(\frac{d\vec{OG}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} = \underbrace{\left(\frac{d\vec{OH}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}}_{\vec{V}(H \in 1/0)} + \underbrace{\left(\frac{d\vec{HG}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}}_{\vec{V}(G \in S/1)}$$

$$\text{Alors : } \vec{V}(G \in S/0) = \vec{V}(G \in S/1) + \vec{V}(G \in 1/0) \quad \text{où : } \vec{V}(G \in 1/0) = \underbrace{\vec{V}(H \in 1/0)}_{\substack{\text{0 car } \mathcal{R}_1 \text{ est en rotation % à } \mathcal{R}_0}} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG}$$

$$\text{Donc : } \vec{\gamma}(G \in S/0) = \left(\frac{d\vec{V}(G \in S/0)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d\vec{V}(G \in S/1)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} + \left(\frac{d(\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG})}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0}$$

$$\star \left(\frac{d\vec{V}(G \in S/1)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d\vec{V}(G \in S/1)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in S/1) = \vec{\gamma}(G \in S/1) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in S/1)$$

$$\star \left(\frac{d(\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG})}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} \wedge \vec{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \underbrace{\left(\frac{d\vec{HG}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}}_{\vec{V}(G \in S/1) + \vec{V}(G \in 1/0)}$$

$$= \left(\frac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} \wedge \vec{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge (\vec{V}(G \in S/1) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG})$$

$$\text{Ce qui donne : } \vec{\gamma}(G \in S/0) = \underbrace{\left(\frac{d\vec{V}(G \in S/1)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}}_{\vec{\gamma}(G \in S/1)} + \underbrace{\left(\frac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} \wedge \vec{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge (\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG})}_{\vec{\gamma}_e(G \in 1/0)} + \underbrace{2\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in S/1)}_{\vec{\gamma}_c(G \in 1/0)}$$

$$\text{En récapitulatif : } \bullet \vec{\gamma}(G \in S/1) = \left(\frac{d\vec{V}(G \in S/1)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} \quad \text{est l'accélération relative.}$$

$$\bullet \vec{\gamma}_e(G \in 1/0) = \left[\frac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt} \right]_{/\mathcal{R}_0} \wedge \vec{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge [\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{HG}] \quad \text{est l'accélération d'entraînement.}$$

$$\bullet \vec{\gamma}_c(G \in 1/0) = 2\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in S/1) \quad \text{est l'accélération de Coriolis.}$$



$$\vec{\gamma}(G \in S/0) = \vec{\gamma}(G \in S/1) + \vec{\gamma}_e(G \in 1/0) + \vec{\gamma}_c(G \in 1/0)$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-2-7. $\vec{V}(G \equiv 5/1) = \dot{y}\vec{y}_1 + \dot{x}\vec{x}_0 + h\dot{\theta}\vec{y}_s$; où: $\mathcal{R}_1(H, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

$$\vec{\gamma}(G \equiv 5/1) = \left(\frac{d\vec{V}(G \equiv 5/1)}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}$$

$$\vec{\gamma}(G \equiv 5/1) = \ddot{x}\vec{x}_0 + \ddot{y}\vec{y}_1 + h\ddot{\theta}\vec{y}_s - h\dot{\theta}^2\vec{x}_s$$

$$\vec{\gamma}(G \in 5/1) = \ddot{x}\vec{x}_0 + \ddot{y}\vec{y}_1 + h\ddot{\theta}\vec{y}_s - h\dot{\theta}^2\vec{x}_s$$

$$\vec{\gamma}_c(G \equiv 1/0) = \ddot{\alpha}\vec{x}_0 \wedge (\vec{x}\vec{x}_0 + y\vec{y}_1 + h\vec{x}_s) + \ddot{\alpha}\vec{x}_0 \wedge \dot{\alpha}(y + h\sin\theta)\vec{z}_1$$

$$\vec{\gamma}_c(G \equiv 1/0) = (y + h\sin\theta)(\ddot{\alpha}\vec{z}_1 - \dot{\alpha}^2\vec{y}_1)$$

$$\vec{\gamma}_c(G \in 1/0) = (y + h\sin\theta)(\ddot{\alpha}\vec{z}_1 - \dot{\alpha}^2\vec{y}_1)$$

$$\vec{\gamma}_c(G \equiv 1/0) = 2\dot{\alpha}\vec{x}_0 \wedge (\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\dot{\theta}\vec{y}_s)$$

$$\vec{\gamma}_c(G \equiv 1/0) = 2\dot{\alpha}(\dot{y} + h\dot{\theta}\cos\theta)\vec{z}_1$$

$$\vec{\gamma}_c(G \in 1/0) = 2\dot{\alpha}(\dot{y} + h\dot{\theta}\cos\theta)\vec{z}_1$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-3- ETUDE CINETIQUE

B-3-1.

$$\{\mathcal{C}(5/1)\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\mathcal{C}) \\ \vec{\sigma}_G(5/1) \end{array} \right\}_G$$

- $\vec{R}(\mathcal{C}) = m\vec{V}(G \in 5/1) = m(\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\dot{\theta}\vec{y}_s)$
- $\vec{\sigma}_G(5/1) = \vec{J}_G(5, \vec{\Omega}(5/1)) = [I_G(5)]\vec{\Omega}(5/1)$ (Cas particulier : G est le centre d'inertie de (5))

$$\vec{\sigma}_G(5/1) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = C\dot{\theta}\vec{z}_1$$

$$\{\mathcal{C}(5/1)\}_G = \left\{ \begin{array}{l} m(\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\dot{\theta}\vec{y}_s) \\ C\dot{\theta}\vec{z}_1 \end{array} \right\}_G$$

B-3-2.

$$\{\mathcal{D}(5/1)\}_G = \frac{d}{dt}(\{\mathcal{C}(5/1)\}_G)_{\mathcal{R}_1} \quad (\text{Cas particulier : G est le centre d'inertie de (5)})$$

- $\vec{R}(\mathcal{D}) = m\vec{\gamma}(G \in 5/1) = m(\ddot{x}\vec{x}_0 + \ddot{y}\vec{y}_1 + h\ddot{\theta}\vec{y}_s - h\dot{\theta}^2\vec{x}_s)$

$$\begin{cases} \vec{x}_0 = \cos\theta \vec{x}_s - \sin\theta \vec{y}_s \\ \vec{y}_1 = \sin\theta \vec{x}_0 + \cos\theta \vec{y}_s \end{cases} \Rightarrow \vec{R}(\mathcal{D}) = \begin{pmatrix} m(\ddot{x} \cos\theta + \ddot{y} \sin\theta - h\dot{\theta}^2) \\ m(-\ddot{x} \sin\theta + \ddot{y} \cos\theta + h\ddot{\theta}) \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

$$\bullet \quad \tilde{\delta}_G(5/1) = \frac{d}{dt} (\tilde{\sigma}_G(5/1))_{\mathcal{R}_1} = C\ddot{\theta} \bar{z}_1$$

$$\left\{ \mathcal{D}(5/1) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} m(\ddot{x} \cos\theta + \ddot{y} \sin\theta - h \ddot{\theta}^2) \\ m(-\ddot{x} \sin\theta + \ddot{y} \cos\theta + h \ddot{\theta}) \\ 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_1} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ C\ddot{\theta} \end{array} \right|_G$$

$$B-3-3. \quad 2E_c(5/1) = \left\{ \mathcal{V}(5/1) \right\}_G \left\{ \mathcal{E}(5/1) \right\}_G = {}^t \bar{\Omega}(5/1) [I_G(5)] \bar{\Omega}(5/1) + m(\bar{V}(G \in 5/1))^2$$

$$2E_c(5/1) = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_1} \left| \begin{array}{c} m(\dot{x} \cos\theta - h \dot{\theta} \sin\theta) \\ m(\dot{y} + h \dot{\theta} \cos\theta) \\ 0 \end{array} \right|_{\mathcal{R}_1} \left\{ \begin{array}{c} m(\dot{x} \cos\theta - h \dot{\theta} \sin\theta) \\ m(\dot{y} + h \dot{\theta} \cos\theta) \\ 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_1} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ C\dot{\theta} \end{array} \right|_G$$

$$2E_c(5/1) = C\dot{\theta}^2 + m(\dot{x} \cos\theta - h \dot{\theta} \sin\theta)^2 + m(\dot{y} + h \dot{\theta} \cos\theta)^2$$

$$E_c(5/1) = \frac{1}{2} \left[C\dot{\theta}^2 + m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + h^2 \dot{\theta}^2 - 2h \dot{\theta} (\dot{x} \sin\theta - \dot{y} \cos\theta)) \right]$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-3-4. $\bar{U} = [I_G(5)] \bar{\Omega}(1/0) - I_G \bar{\Omega}(1/0)$

$$= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_5} \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \cos \theta \\ -\dot{\alpha} \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} - (A+C) \dot{\alpha} \bar{x}_s = \begin{pmatrix} A \dot{\alpha} \cos \theta \\ -B \dot{\alpha} \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} - \begin{pmatrix} (A+C) \dot{\alpha} \cos \theta \\ -(A+C) \dot{\alpha} \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} = \begin{pmatrix} -C \dot{\alpha} \cos \theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5}$$

$$= -C \dot{\alpha} \cos \theta \bar{x}_s$$

$$\bar{U} = -C \dot{\alpha} \cos \theta \bar{x}_s$$

B-3-5. • $-m \bar{\gamma}_s(G \equiv 1/0) = -m(y + h \sin \theta)(\ddot{a} \bar{z}_1 - \dot{\alpha}^2 \bar{y}_1) = -m(y + h \sin \theta)(-\dot{\alpha}^2 \sin \theta \bar{x}_s - \dot{\alpha}^2 \cos \theta \bar{y}_s + \ddot{a} \bar{z}_1)$

$$\bullet \quad -\bar{\Omega}(1/0) \wedge \bar{U} - [I_G(5)] \left(\frac{d\bar{\Omega}(1/0)}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = (-\dot{\alpha} \bar{x}_s) \wedge (-C \dot{\alpha} \cos \theta \bar{x}_s) - \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_5} \begin{pmatrix} \ddot{\alpha} \cos \theta \\ -\ddot{\alpha} \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5}$$

$$= -A \ddot{\alpha} \cos \theta \bar{x}_s + B \ddot{\alpha} \sin \theta \bar{y}_s + C \dot{\alpha}^2 \sin \theta \cos \theta \bar{z}_1$$

$$\left\{ \mathcal{D}_{ie}(5, \mathcal{R}_1/0) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} m(y + h \sin \theta) \dot{\alpha}^2 \sin \theta & -A \ddot{\alpha} \cos \theta \\ m(y + h \sin \theta) \dot{\alpha}^2 \cos \theta & B \ddot{\alpha} \sin \theta \\ -m(y + h \sin \theta) \ddot{a} & C \dot{\alpha}^2 \sin \theta \cos \theta \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_5}$$

$$\bullet \quad -m \bar{\gamma}_c(G \equiv 1/0) = -2m \dot{\alpha} (\dot{y} + h \dot{\theta} \sin \theta) \bar{z}_1$$

$$\bullet \quad -2\bar{\Omega}(5/1) \wedge \bar{U} = (-2\dot{\theta} \bar{z}_1) \wedge (-C \dot{\alpha} \cos \theta \bar{x}_s) = -2C \dot{\alpha} \dot{\theta} \cos \theta \bar{y}_s$$

$$\left\{ \mathcal{D}_{ic}(5, \mathcal{R}_1/0) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 2C \dot{\alpha} \dot{\theta} \cos \theta \\ -2m \dot{\alpha} (\dot{y} + h \dot{\theta} \sin \theta) & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_5}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-4 ETUDE DYNAMIQUE

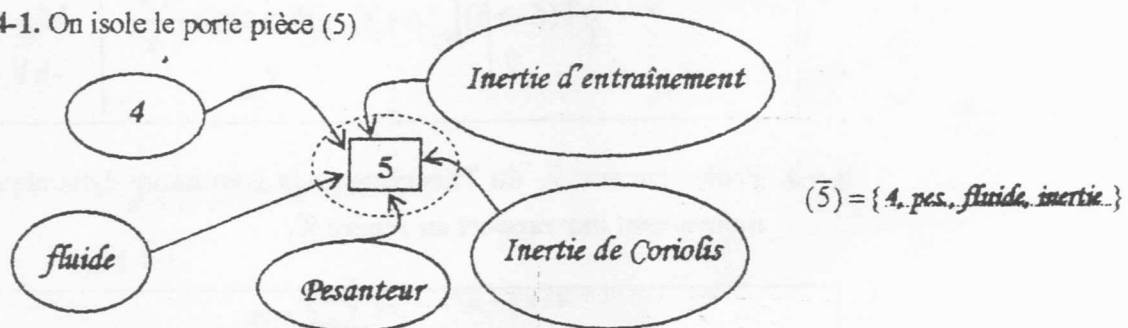
$\alpha = \alpha_0 = C^{te}$ et $y = y_0 = C^{te}$

$$\left\{ \mathcal{D}(5/1) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} m(\ddot{x} \cos \theta - h \dot{\theta}^2) \\ m(-\ddot{x} \sin \theta + h \ddot{\theta}) \\ 0 \end{array} \right\}_G \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ C\ddot{\theta} \end{array} \Big|_{\mathcal{B}_3}$$

$$\left\{ \mathcal{D}_{ie}(5, \mathcal{R}_1/0) \right\}_G = \{0\}$$

$$\left\{ \mathcal{D}_{ic}(5, \mathcal{R}_1/0) \right\}_G = \{0\}$$

B-4-1. On isole le porte pièce (5)



Bilan des actions mécaniques extérieures exercées sur (5)

$$\left\{ \tau(4 \rightarrow 5) \right\}_E = \left\{ \begin{array}{c} X_{45} \\ Y_{45} \\ Z_{45} \end{array} \right\}_E \left\{ \begin{array}{c} L_{45} \\ M_{45} \\ 0 \end{array} \right\}_E \Big|_{\mathcal{B}_3}$$

$$\left\{ \tau(\text{Pesanteur} \rightarrow 5) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} m g \cos \theta \\ -m g \sin \theta \\ 0 \end{array} \right\}_G \Big|_{\mathcal{B}_3}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

$$\left\{ \tau(\text{Fluide} \rightarrow 5) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -f\dot{\theta} \\ h \\ 0 \end{array} \right\}_G \quad \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -f\dot{\theta} \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_5}$$

B-4-2. Transfert des moments des actions mécaniques extérieures exercées sur (5) au point G

$$\vec{\mathcal{M}}_G(4 \rightarrow 5) = \vec{\mathcal{M}}_E(4 \rightarrow 5) + \vec{R}(4 \rightarrow 5) \wedge \vec{EG}$$

$$= \begin{pmatrix} L_{45} \\ M_{45} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} + \begin{pmatrix} X_{45} \\ Y_{45} \\ Z_{45} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} \wedge \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} = \begin{pmatrix} L_{45} \\ M_{45} + hZ_{45} \\ -hY_{45} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5}$$

$$\left\{ \tau(\bar{5} \rightarrow 5) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} X_{45} + m g \cos \theta \\ Y_{45} - m g \sin \theta - \frac{f\dot{\theta}}{h} \\ Z_{45} \end{array} \right\}_G \quad \left\{ \begin{array}{c} L_{45} \\ M_{45} + hZ_{45} \\ -hY_{45} - f\dot{\theta} \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_5}$$

B-4-3. Projection sur $\bar{y}_5$ du Théorème de la Résultante dynamique appliqué à (5) dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_1$

$$Y_{45} - m g \sin \theta - \frac{f\dot{\theta}}{h} = m(h\ddot{\theta} - \ddot{x} \sin \theta) \quad (1)$$

B-4-4. Projection sur $\bar{z}_5$ du Théorème du Moment dynamique appliqué à (5), au point G, dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_1$

$$-hY_{45} - f\dot{\theta} = C\ddot{\theta} \quad (2)$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-4-5. ① $\Rightarrow Y_{45} = m(h\ddot{\theta} - \ddot{x} \sin\theta) + mg \sin\theta + \frac{f\dot{\theta}}{h}$

② $\Rightarrow C\ddot{\theta} + hm(h\ddot{\theta} - \ddot{x} \sin\theta + g \sin\theta) + 2f\dot{\theta} = 0$, Avec : $C = \frac{mh^2}{3}$

$\hookrightarrow \frac{4mh^2}{3}\ddot{\theta} + 2f\dot{\theta} + mh(g - \ddot{x})\sin\theta = 0$

$$\frac{4mh^2}{3}\ddot{\theta} + 2f\dot{\theta} + mh(g - \ddot{x})\sin\theta = 0$$

③

B-4-6. $\theta \ll 1$; $\sin\theta \approx \theta$; $\cos\theta \approx 1$

$\ddot{\theta} + \frac{3f}{2mh^2}\dot{\theta} + \frac{3mgh}{4mh^2}\left(1 - \frac{\ddot{x}}{g}\right)\theta = 0$

$\hookrightarrow \ddot{\theta} + 2\varepsilon\Omega_0\dot{\theta} + \Omega_0^2\left(1 - \frac{\ddot{x}}{g}\right)\theta = 0$

Avec : $f = \frac{4}{3}mh^2\varepsilon\sqrt{\frac{3g}{4h}}$

$\hookrightarrow \ddot{\theta} + 2\varepsilon\Omega_0\dot{\theta} + \Omega_0^2(1 - \xi(t))\theta = 0$

$\Omega_0^2 = \frac{3g}{4h}$

Où : {

$\xi(t) = \frac{\ddot{x}}{g}$

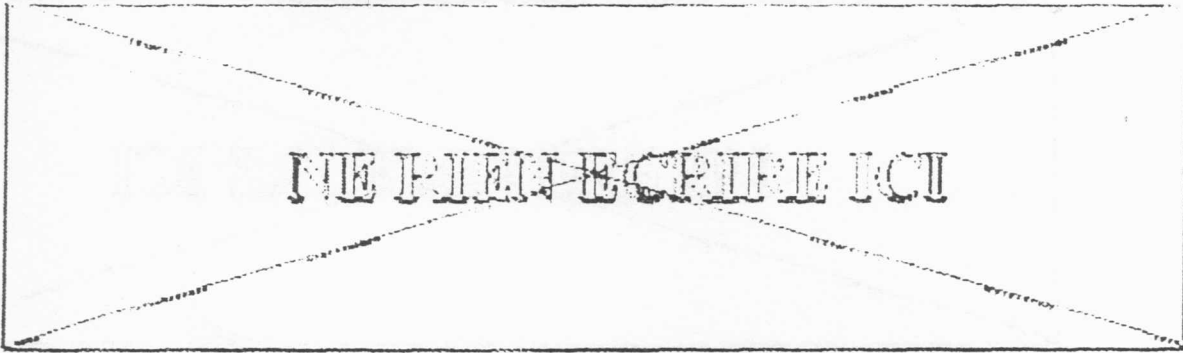


Document Réponse DR3

Partie C : AUTOMATIQUE

C-I-1.

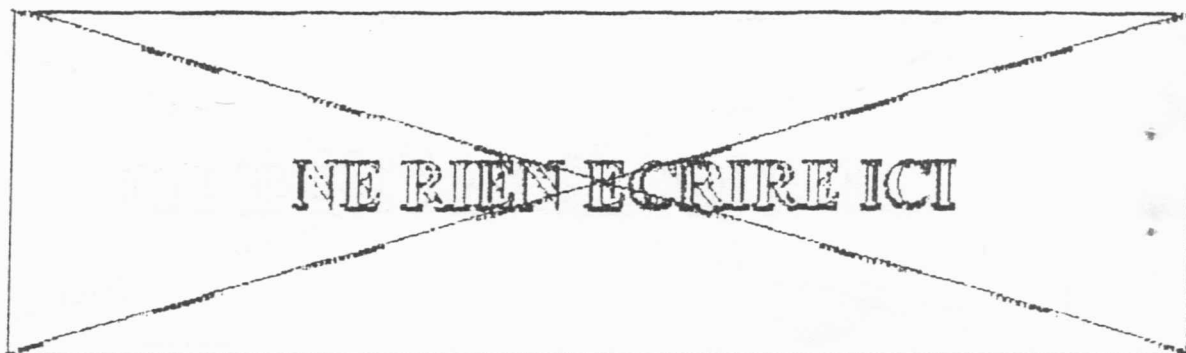
C-I-2.



C-I-3.

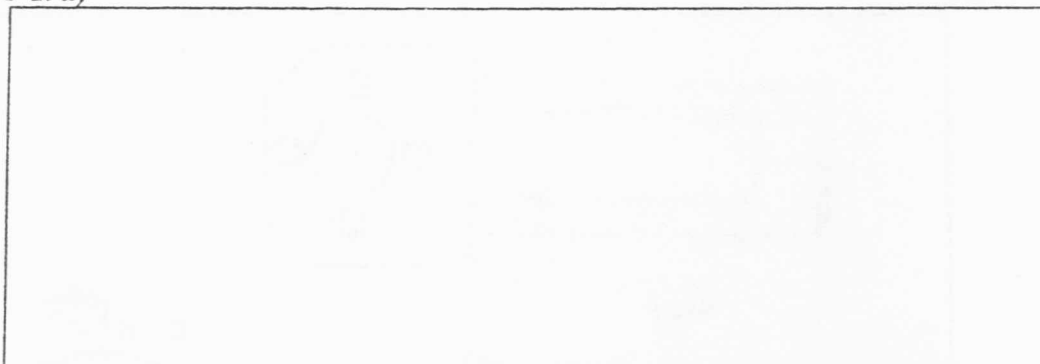
C-II-1.

C-II-2.



-- 34 --

C-II-3-1. a)



C-II-3-1. b)

C-II-3-2. a)

C-II-3-2. b)