

SÉRIE : *TSExp*

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2 (*Vérifiez que les pages sont au complet*). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (5 points)

On se propose de résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$$z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - \sqrt{3}i)z - i = 0. \quad (E)$$

1- a-/ Déterminer le réel y tel que iy soit une solution de (E) (1pt)

b-/ Déterminer les réels a et b tels que pour tout complexe z

$$z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - \sqrt{3}i)z - i = (z - i)(z^2 + az + b) \quad (1,5pt)$$

2- a-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$ (1pt)

b-/ En déduire les solutions de (E) sous forme algébrique et trigonométrique (1,5pt)

Exercice 2 (6 points)

Dans le cadre de la prévention des angines hivernales, une étude a été menée pour tester l'efficacité réelle d'un médicament constitué d'un cocktail de vitamines. Dans ce but, on a sélectionné un échantillon de 600 personnes réparties de manière aléatoire en trois groupes : 240 personnes dans le groupe A, 35% de l'échantillon dans le groupe B, et le reste dans le groupe C.

On a administré aux personnes du groupe A durant la période hivernale une dose journalière de ce médicament en leur disant.

On a administré aux personnes du groupe B un placebo (c'est-à-dire un comprimé neutre, ne contenant aucun élément médicinal actif), tout en leur disant qu'il s'agissait du médicament.

On a administré aux personnes du groupe C le médicament en leur disant qu'il s'agissait d'un placebo.

Les résultats de l'étude sont recensés sur 600 fiches individuelles.

a-/ 28% des fiches signalent un traitement efficace. Parmi celles-ci 72 fiches correspondent à des personnes du groupe B

b-/ 75% des fiches correspondant aux personnes du groupe A ne signalent aucune amélioration significative.

1-/ Reproduire et compléter le tableau suivant : (2,5pts)

	Groupe A	Groupe B	Groupe C	Total
Nombre de fiches signalant un traitement efficace				
Nombre de fiches ne signalant aucune amélioration significative				
Total	240			600

TSVP  

2- a-/ On choisit une fiche au hasard parmi les 600.

On considère les événements suivants :

E_1 : «Il s'agit d'une fiche du groupe A.»,

E_2 : «Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace.»,

$E_3 = E_1 \cap E_2$

$E_4 = E_1 \cup E_2$

Calculer les probabilités de ces quatre événements. **.(2pts)**

b-/ On choisit au hasard une fiche du groupe **B**. On considère l'événement E_5 : «Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace.».

Calculer la probabilité de l'événement E_5 . *Le résultat sera arrondi à 10^{-2} .* **.(0,5pt)**

3-/ Pour chacun des groupes, donner les fréquences en pourcentage des fiches signalant un traitement efficace. **.(1pt)**

Problème **(9 points)**

Trachypenaeus est le nom d'une espèce de crevette se développant dans les eaux chaudes de l'île de la Guadeloupe.

L'objectif de l'exercice est l'étude de la croissance en taille de cette espèce en fonction de l'âge des crevettes.

Partie A

Sur un échantillonnage et sur une courte durée, les relevés ont donné les résultats suivants :

Âge t_i (en nombre de semaines)	1	2	3	4	5	6	7	8
Taille y_i (exprimée en millimètre)	10	18	25	33	40	41	50	53

1-/ Soit G le point moyen du nuage de points associé à ce tableau. On considère la droite D passant par G et de coefficient directeur 6,14. Déterminer une équation de la droite D . **.(1,5pt)**

2-/ On considère que la fonction affine représentée par la droite D traduit l'évolution de la taille en fonction de l'âge des crevettes avec les unités considérées. Déterminer selon ce modèle la taille d'une crevette de 12 semaines. **(1pt)**

3-/ On estime que l'espérance de vie d'une crevette *Trachypenaeus* en haute mer est de 3 années. Calculer, avec le modèle retenu, la taille atteinte au bout de 3 ans. **.(1pt)**

Partie B

En fait, des relevés sur une longue durée ont permis d'établir que la taille $L(t)$ des crevettes *Trachypenaeus* exprimée en millimètre en fonction de l'âge t exprimé en semaines est donnée par :

$$L(t) = 87,5(1 - e^{-0,12t})$$

1-/ a-/ Déterminer la limite de la fonction L en $+\infty$ en donner une interprétation. **(1pt)**

b-/ Déterminer la dérivée L' de la fonction L . **.(0,5pt)**

c-/ Étudier les variations de la fonction L sur $[0 ; +\infty[$. **.(1pt)**

2-/ a-/ Calculer, avec ce modèle, la taille d'une crevette de trois ans **(0,5pt)**

b-/ Déterminer l'âge théorique d'une crevette de taille 80 mm **(1pt)**

3-/ Tracer la courbe représentative de la fonction L sur l'intervalle $[0 ; 15]$ et la droite D de la **partie A** dans le même repère. On prendra pour unité graphique 1 cm pour une semaine en abscisse et 1 cm pour 10 mm en ordonnée. **.(1pt)**

Donner une interprétation du graphique obtenu. **.(0,5pt)**