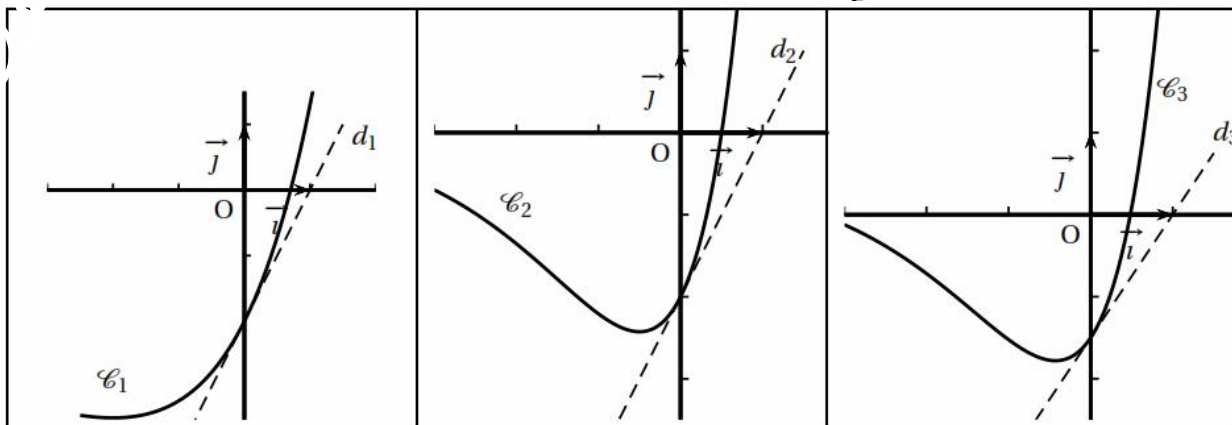
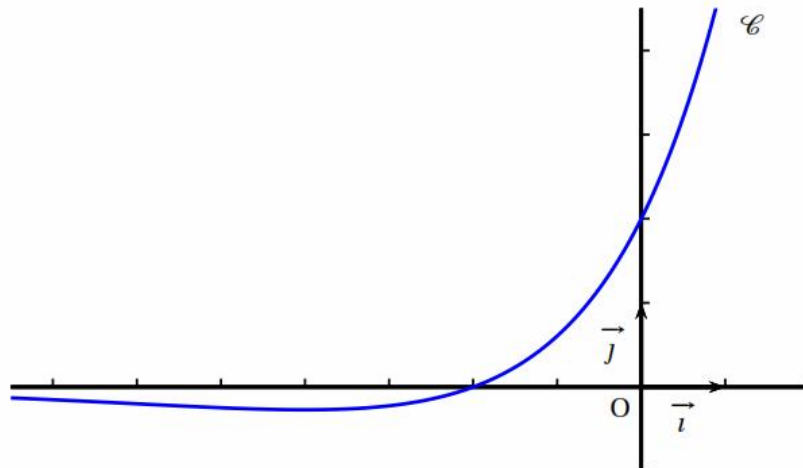


Exercice N°1

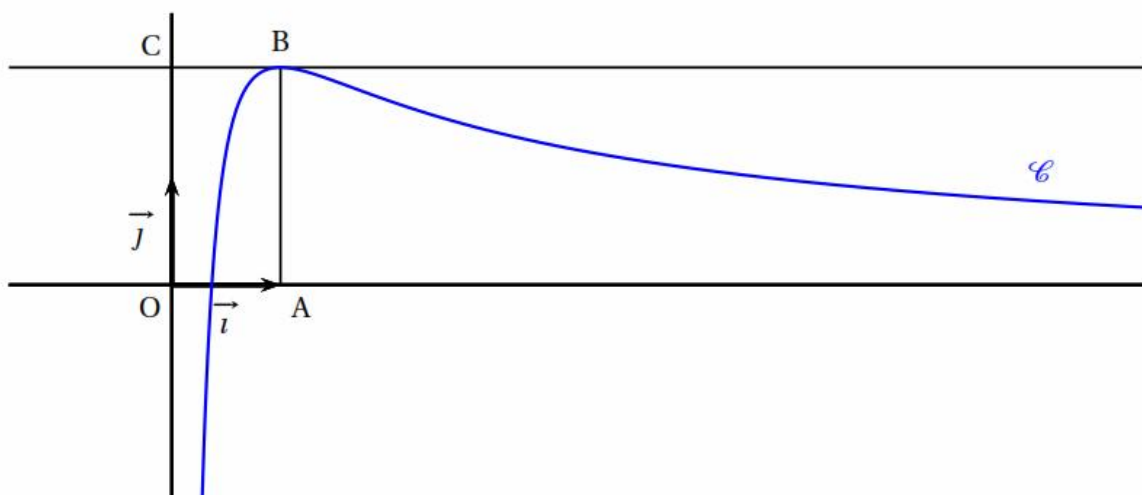
Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathcal{C}$ et trois autres courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ avec la tangente en leur point d'abscisse 0.



1. Donner par lecture graphique, le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .
2. On désigne par F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 - a. À l'aide de la courbe $\mathcal{C}$, déterminer $F'(0)$ et $F'(-2)$.
 - b. L'une des courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ est la courbe représentative de la fonction F . Déterminer laquelle en justifiant l'élimination des deux autres.

Exercice N°2

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé, dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.



On dispose des informations suivantes :

- les points A, B, C ont pour coordonnées respectives (1 ; 0), (1 ; 2), (0 ; 2) ;
- la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point B et la droite (BC) est tangente à $\mathcal{C}$ en B ;
- il existe deux réels positifs a et b tels que pour tout réel strictement positif x ,

$$f(x) = \frac{a + b \ln x}{x}.$$

- En utilisant le graphique, donner les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.
 - Vérifier que pour tout réel strictement positif x , $f'(x) = \frac{(b-a) - b \ln x}{x^2}$.
 - En déduire les réels a et b .
- Justifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $f'(x)$ a le même signe que $-\ln x$.
 - Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. On pourra remarquer que pour tout réel x strictement positif, $f(x) = \frac{2}{x} + 2 \frac{\ln x}{x}$.
 - En déduire le tableau de variations de la fonction f .
- Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0 ; 1]$.
 - Par un raisonnement analogue, on démontre qu'il existe un unique réel β de l'intervalle $]1 ; +\infty[$ tel que $f(\beta) = 1$.

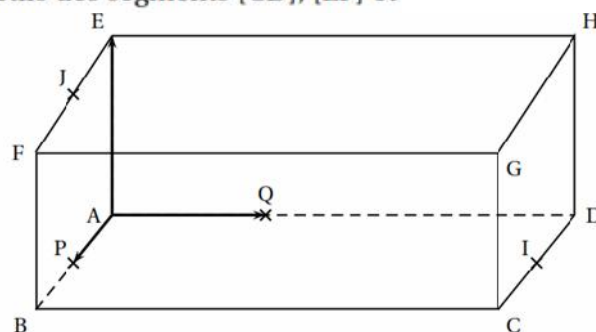
Déterminer l'entier n tel que $n < \beta < n + 1$.

Exercice N°3

Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle tel que $AB = 2$, $AD = 3$ et $AE = 1$.

On appelle respectivement I, J et P les milieux respectifs des segments [CD], [EF] et [AB].

On note Q le point défini par $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.



On appelle **plan médiateur d'un segment** le plan perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

L'objectif de l'exercice est de déterminer les coordonnées du centre d'une sphère circonscrite au tétraèdre ABIJ (c'est-à-dire une sphère qui passe par les quatre points A, B, I, J).

L'espace est rapporté au repère orthonormal $(A; \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{AE})$.

- Justifier que les quatre points A, B, I et J ne sont pas coplanaires.
- Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur (P_1) du segment [AB].
- Soit (P_2) le plan d'équation cartésienne $3y - z - 4 = 0$.
Montrer que le plan (P_2) est le plan médiateur du segment [IJ].
- Démontrer que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants.
 - Montrer que leur intersection est une droite (Δ) dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3t - 4 \end{cases} \quad \text{où } t \text{ décrit l'ensemble des nombres réels } \mathbb{R}.$$

- Déterminer les coordonnées du point Ω de la droite (Δ) tel que $\Omega A = \Omega I$.
- Montrer que le point Ω est centre de la sphère circonscrite au tétraèdre ABIJ.

