

Direction régionale de l'éducation de Monastir
Lycée Ali Bourguiba Bembla

Devoir de synthèse n°3

Proposé par :

➤ *Aguir Imed*

➤ *Mosrati chawki*

Mai 2010

Matière : Mathématiques

Niveau : 4^{ème} Année

Section : Sciences techniques

Durée de l'épreuve : - 3 heures

- Coefficient 3

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4

La page n°4 est à rendre avec les copies

L'usage d'une calculatrice est autorisé

Les élèves doivent traiter les cinq exercices.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

Exercice : 1(3 pts)

I/ Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1- Soit $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ alors $I =$

a) 2

b) $\frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{2}$

2- Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n + 1$. La suite (v_n) définie par $v_n = e^{u_n}$.

a) est géométrique

b) est arithmétique

c) n'est ni arithmétique ni géométrique

3- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - e^{-x}) =$

a) $+\infty$

b) 0

c) $-\infty$

II/ Répondre par Vrai ou Faux à chacune des propositions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1- Soit (u_n) une suite géométrique de raison $\ln 3$ et de premier terme $u_0 = -2$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

2- Soit un espace probabilisé fini $(\Omega, P(\Omega), p)$. On désigne par X la variable aléatoire définie par :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}$

$E(X) = \frac{17}{12}$ et $V(X) = \frac{179}{144}$

3- X est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[2 ; 10]$ alors $p(4 \leq X \leq 6) = \frac{1}{2}$

Exercice : 2(4 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. on considère les points $A(3, 2, -1)$ et $H(1, -1, 3)$

1) Calculer la longueur AH

2) Déterminer une équation du plan P passant par H et orthogonal à la droite (AH)

3) Déterminer une équation cartésienne de la sphère S de centre A et tangente à P

4) Déterminer une équation du plan Q tangent à S et strictement parallèle à P

5) On donne les points $B(-6, 1, 1)$; $C(4, -3, 3)$ et $D(-1, -5, -1)$

a) Démontrer que les points B, C et D appartiennent au plan P

b) Calculer les composantes du vecteur $\vec{BC} \wedge \vec{BD}$

c) Démontrer que l'aire du triangle BCD est égale à $5\sqrt{29}$

d) Démontrer que le volume du tétraèdre $ABCD$ est égal à $\frac{145}{3}$

Exercice : 3 (4 pts)

Le tableau (1) donne l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de rugby de 2001 à 2006

Voir l'annexe. On cherche à étudier l'évolution du nombre d'adhérents en fonction du rang x de l'année .

Tableau (1)

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang	1	2	3	4	5	6
Nombre d'adhérent	70	90	115	140	170	220

PARTIE A : Un ajustement affine

- 1) Représenter sur l'annexe le nuage de points associé à la série (X_i, Y_i)
- 2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique. Interpréter le résultat.
- 3) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés et la tracer sur le graphique précédent . (les coefficients seront arrondis à l'unité).
- 4) En supposant que cet ajustement reste valable pour les années suivantes , donner une estimation du nombre d'adhérents en 2009

PARTIE B : Un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$

- 1) Recopier et compléter le tableau (2) dresser sur la page annexe en arrondissant les Valeurs de z au millième
- 2) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième)
- 3) En déduire une approximation du nombre d'adhérents y en fonction du rang x de l'année.
- 4) En prenant l'approximation $y \approx 57,1 e^{0,224 x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes , donner une estimation du nombre d'adhérents en 2009

Exercice :4 (4 pts)

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 25% au premier fournisseur et 75% au second.

La proportion des composants défectueux est de 3% chez le premier fournisseur et de 2% chez le second.

On note :

- D l'évènement « le composant est défectueux » ;
- F_1 l'évènement « le composant provient du premier fournisseur » ;
- F_2 l'évènement « le composant provient du second fournisseur » .

1. a. Dessiner un arbre pondéré.

b. Calculer $p(D \cap T_1)$, puis démontrer que $p(D) = 0.0225$.

c. Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

Dans toute la suite de l'exercice, on donnera une valeur approchée des résultats à 10^{-3} près.

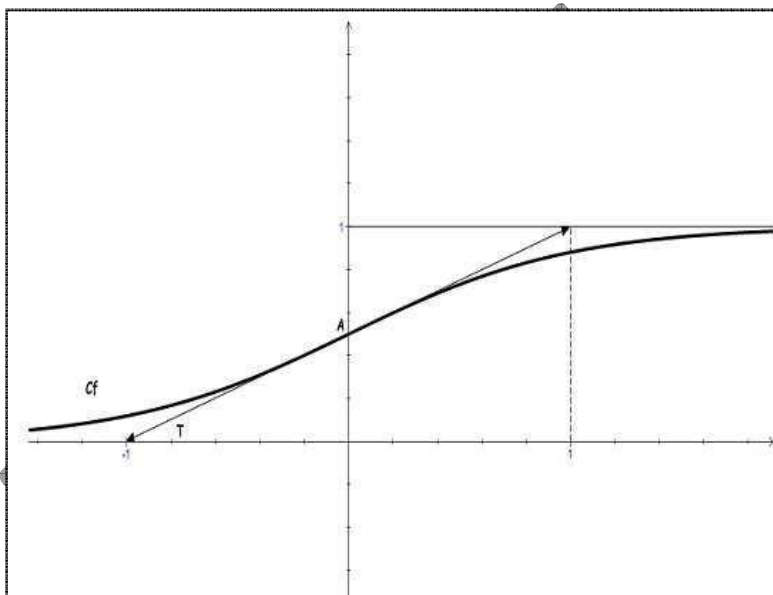
2. Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?.
3. La durée de vie de l'un de ces composants est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , avec λ réel strictement positif.
 - a. Sachant que $p(X > 5) = 0.325$, montrer que $\lambda = 0.225$.
 - b. Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus que 8 ans ?
 - c. Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus de 8 ans sachant qu'il a déjà duré plus de 3 ans ?

Exercice : 5 (5 pts)

Le graphique ci-contre représente la courbe d'une fonction f . T la tangente au point $A(0; \frac{1}{2})$.

Le point A est un centre de symétrie de C_f .

C_f possède deux asymptotes.



- 1- Répondre en se basant sur le graphique aux questions suivantes :

- a- Préciser $f(0)$ et $f'(0)$.
- b- Préciser $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- c- Prouver que $f(x) + f(-x) = 1$.
- d- Prouver que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

- 2- On suppose que $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a- Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.
- b- Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

- 3- On pose $h(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a- Prouver que $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 1$.
- b- Dresser le tableau de variation de h .
- c- Vérifier que : $f(x) - h(x) = 1 - f(x)$.
- d- Déduire la position de C_f par rapport à C_h .
- e- Tracer C_h dans un même repère que C_f .

- 4- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f , C_h et les droites d'équation : $x=0$ et $x=1$

Prof: Mosrati + Aguir	Sujet proposé (2010)	DEVOIR DE SYNTHESE N:3
SECTION : SCIENCES TECHNIQUES		
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DUREE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

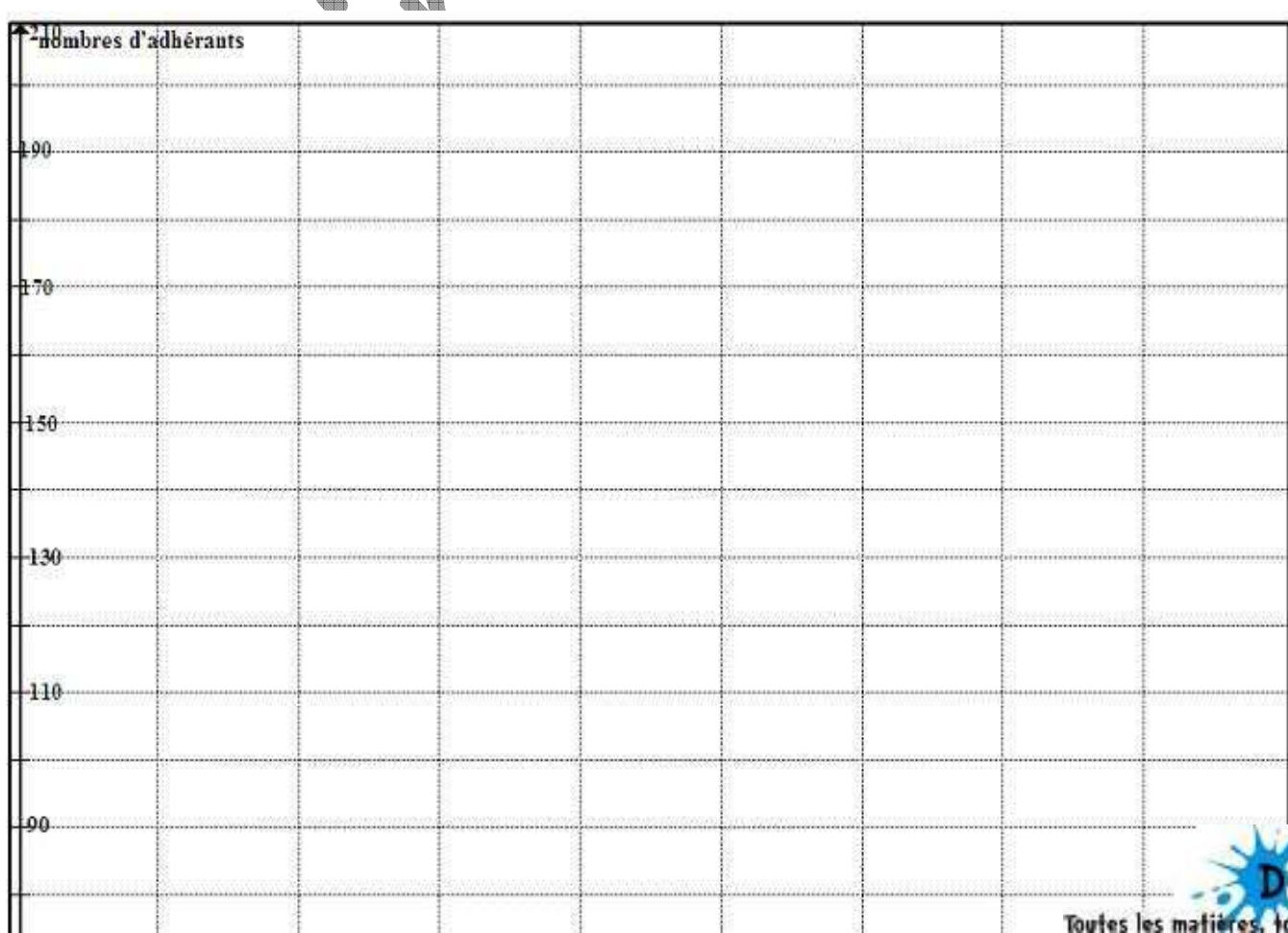
Feuille à rendre

Nom : Prénom : Classe : 4 Technique :

Question I			Question II		
1	2	3	1	2	3

Tableau (2)

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i	4,248					



Aguir + Mosrati