

EXERCICE N° 1 : (3 points)

Pour chacune des trois questions, une seule des trois propositions est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie sans justification

1/ Soit (u_n) une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $u_1 = 2$. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on pose $v_n = \ln(u_n)$.

a) $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = \frac{2}{3^n}$. b) (v_n) est arithmétique de raison $-\ln(3)$. c) $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n v_k = \frac{1}{n}(v_1 + v_2 + \dots + v_n) = \ln 2 - \frac{n}{2} \ln 3$

2/ La suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $w_n = \frac{5^n - 2^n}{5^n + 2^n}$ vérifie :

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = +\infty$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -1$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 1$

3/ Soit (I_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $I_n = \int_0^1 (1+x^n) \ln(1+x) dx$. Alors :

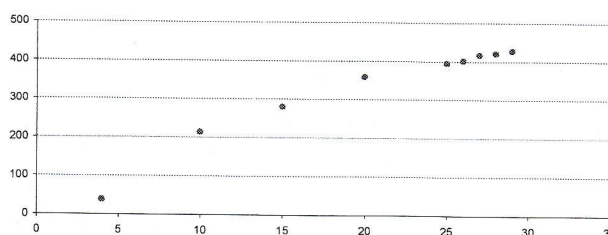
a) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a : $0 \leq I_n \leq 2 \ln 2$. b) $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est croissante c) $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge vers $2 \ln 2$

EXERCICE N° 2 : (4 points)

Le tableau ci-dessous donne la production d'électricité en Tunisie, exprimée en milliards de kWh, entre 1984 et 2009. Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 1980.

Année	1984	1990	1995	2000	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	4	10	15	20	25	26	27	28	29
Production y_i	37,9	213,1	279,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



1/a) Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés

b) D'après cet ajustement, quelle serait la production d'électricité en 2010 ?

2/ Compte tenu de l'allure du nuage de points, on choisit un ajustement logarithmique et on modélise la production d'électricité par la fonction f définie pour tout x de $[4; +\infty[$ par $f(x) = 197 \ln x - 237$.

a) Calculer la production d'électricité prévisible avec ce modèle pour l'année 2010. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

b) Résoudre dans $[4; +\infty[$ l'inéquation $f(x) \geq 460$.

c) Avec ce modèle, en quelle année peut-on prévoir que la production d'énergie dépassera 460 milliards de kWh ?



EXERCICE N° 3 : (6 points)

Un constructeur automobile achète des pneus à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20 % au premier fournisseur, 50 % au second fournisseur et 30 % au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 90 % de pneus sans défaut, le second fournisseur fabrique 95 % de pneus sans défaut et le troisième fournisseur fabrique 80 % de pneus sans défaut.

On note E_1 l'événement "le pneu provient du premier fournisseur", E_2 l'événement "le pneu provient du second fournisseur" et E_3 l'événement "le pneu provient du troisième fournisseur".

1/ On choisit un pneu au hasard dans la livraison. On note S l'événement "le pneu est sans défaut".

a) Calculer la probabilité $P(S)$ que le pneu soit sans défaut.

b) Le pneu choisi étant sans défaut, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

2/ On suppose que la probabilité qu'un pneu monté soit sans défaut est de 0,895. Calculer la probabilité R , que sur un lot de 12 pneus montés, un pneu au plus soit défectueux.

3/ La durée de vie en km d'un pneu est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre : $\lambda = \frac{1}{50000} = 2 \times 10^{-5}$.

a) Quelle est la probabilité P_1 qu'un pneu dure moins de 50 000 km ?

b) Quelle est la probabilité P_2 qu'un pneu dure plus de 50 000 km ?

c) Quelle est la probabilité P_3 qu'un pneu dure plus de 50 000 km, sachant qu'il a déjà duré 25000 km ?

d) Donner la densité et la fonction de répartition de T puis calculer $E(T)$ et $V(T)$.

EXERCICE N° 4 : (7 points)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - x)e^{-x}$. On a représenté, dans un repère orthogonal, les courbes de deux fonctions F et g (F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$ et g est la dérivée de f sur $\mathbb{R}$) VOIR ANNEXE.

1/ a) Dire, en justifiant, laquelle est la courbe de F .

b) Déduire le tableau de variation de f .

2/ a) Ecrire une équation de la tangente T à la courbe de F au point d'abscisse 0. Construire T .

b) Soit (C_1) la partie de la courbe de f sur $[0, +\infty[$ dans le même repère que (C) et (G) .

i] Vérifier que A et B sont des points de (C_1) .

ii] Construire (C_1) et la tangente T_1 à la courbe de f au point d'abscisse 0.

c) Evaluer, sans faire des calculs, l'aire du domaine du plan limité par les courbes de f et g et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$.

3/ a) Etudier, à l'aide du graphique, le signe de $\frac{f(x)}{F(x)}$.

b) Déduire le tableau de variation de $H: x \mapsto \ln |F(x)|$.

c) i] Montrer que l'équation : $H(x) = 0$ admet dans $] -\infty, 0[$ une solution unique α et que $\alpha \in] \frac{-2}{3}, \frac{-1}{3} [$

ii] Calculer $H'(\alpha)$ en fonction de α .

4/ Soit $x \in [0, +\infty[$ et $(F_n(x))$ la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par :
$$\begin{cases} F_1(x) = f(x) \\ F_{n+1}(x) = F'_n(x) \end{cases}$$

a) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, F_n(x) = (-1)^n (x - n)e^{-x}$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, soit $A_n(x_n, y_n)$ le point d'intersection des courbes de F_n et F_{n+1} et $I_n = \int_{x_n}^{n+1} F_{n+1}(t) dt$

Montrer que $I_n = \frac{(-1)^n}{e^{n+1}} - y_n$. Déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

Bonne chance et excellente réussite au Baccalauréat



Nom et prénom:

Annexe à rendre avec
la copie

Classe: 4 Tec 1, 2

