

Exercice 1 (3 points)

• Pour Chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) Le réel $\int_{-\pi}^{\pi} x^4 \sin x \, dx$ est égale à :

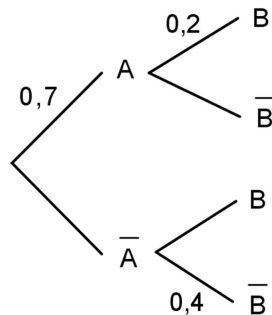
- a) $\frac{2}{5}\pi^5$ b) 0 c) $-\frac{2}{5}\pi^5$

2) La durée de vie X, exprimée en années, d'une machine suit une loi exponentielle de paramètre 0,6.

La probabilité que la machine tombe en panne avant 10 ans est égale à

- a) $1 - e^{-6}$ b) e^{-6} c) $1 - 0,6e^{-6}$

3) Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondéré ci-dessous (A et B deux événements)



Alors $p(B)$ est égale à

- a) 0,2 b) 0,32 c) 0,14



Exercice 2 (4 points)

Une étude sur le taux d'équipement en téléphonie des ménages d'une ville a permis d'établir les résultats suivants :

- 80 % des ménages possèdent un téléphone fixe.
- Parmi les ménages ne possédant pas de téléphone fixe, 60 % ont un téléphone portable.
- 70 % des ménages possèdent à la fois un téléphone fixe et un téléphone portable.

On choisit un ménage au hasard et on définit les événements suivants :

F : « le ménage possède un téléphone fixe » ;

T : « le ménage possède un téléphone portable ».

- 1) Construire un arbre pondéré modélisant la situation.
- 2) Calculer $p(T \setminus F)$.
- 3) Montrer que $p(T) = 0.82$
- 4) Sachant que le ménage choisi n'a pas de téléphone portable, quelle est la probabilité que ce soit un ménage possédant un téléphone fixe ?
- 5) On choisit successivement au hasard et de manière indépendante cinq ménages.

Quelle est la probabilité qu'il y en ait au plus quatre ayant un téléphone portable ?



Exercice 3 (4 points)

Tous les résultats numériques seront arrondis à 10^{-2} près

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires, exprimé en milliers de dinars, réalisé par une entreprise pour les années 2001 à 2006.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires en milliers de dinars : y_i	55	58	64	85	105	112

- 1) a) Représenter le nuage de points $M(x_i, y_i)$ dans un repère orthogonal.
b) Un ajustement affine de cette série est-il justifié ?
c) Donner les coordonnées du point moyen G du nuage.
- 2) a) Calculer le coefficient de corrélation entre x et y.
b) Interpréter le résultat trouvé.
- 3) a) Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
b) Représenter la droite D dans le repère précédent.
- 4) a) Estimer le chiffre d'affaires réalisé en 2009.
b) Déterminer après combien d'années (à partir de 2001) le chiffre d'affaires devient supérieur ou égal à 175 milliers de dinars.



Exercice 4 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[0,1]$ par $f(x) = \frac{e^{-x}}{2-x}$

- 1) a) Etudier les variations de f sur l'intervalle $[0,1]$.

b) En déduire que pour tout $x \in [0,1]$ on a $\frac{1}{e} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$.

2) Soit $J = \int_0^1 (2+x) e^{-x} dx$

A l'aide d'une intégration par parties, Montrer que $J = 3 - \frac{4}{e}$.

3) Soit $K = \int_0^1 x^2 f(x) dx$

Montrer que $\frac{1}{3e} \leq K \leq \frac{1}{6}$.

4) Soit $I = \int_0^1 f(x) dx$

- a) Vérifier que $J + K = 4I$.
- b) En déduire un encadrement de I.
- c) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de I.



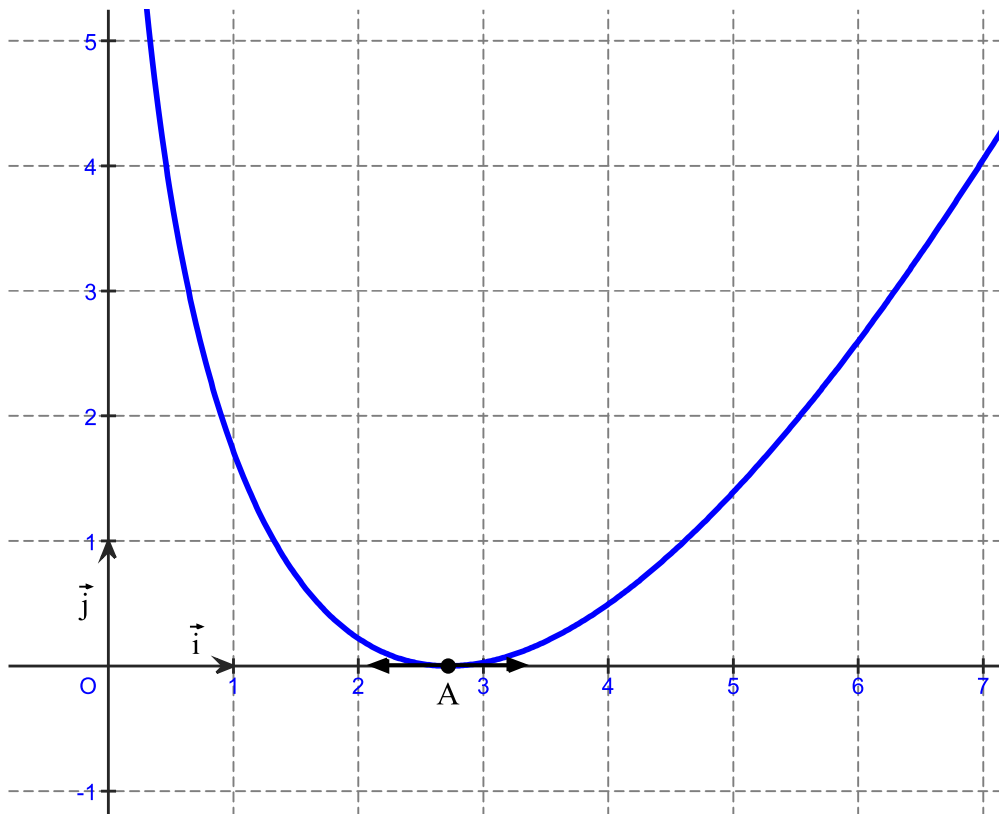
Exercice 5 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

La courbe $(\mathcal{C})$ ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $]0, +\infty[$.

On sait que la courbe $(\mathcal{C})$ admet :

- Une asymptote d'équation $x = 0$ à droite en 0.
- Une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$ au voisinage de $+\infty$.
- Une seule tangente horizontale au point $A(e, 0)$.



I) En utilisant le graphique :

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 2) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Encadrer par deux entiers consécutifs l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$, la droite des abscisses et les droites d'équations $x = e$ et $x = 5$.
- 4) Justifier que la restriction g de f à $]0, e]$ réalise une bijection de $]0, e]$ sur $]0, +\infty[$

II) On admet que $f(x) = (x - e)(\ln x - 1)$

- 1) a) Calculer $f'(x)$ pour $x \in]0, +\infty[$.
b) Ecrire une équation de la tangente à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.
- 2) On note g^{-1} la fonction réciproque de g et $(\mathcal{C}')$ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Tracer $(\mathcal{C}')$
- 3) a) Vérifier que la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par :
$$F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - ex \right) \ln x + 2ex - \frac{3}{4}x^2$$
 est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$
c) En déduire $\int_0^{e-1} g^{-1}(x) dx$

