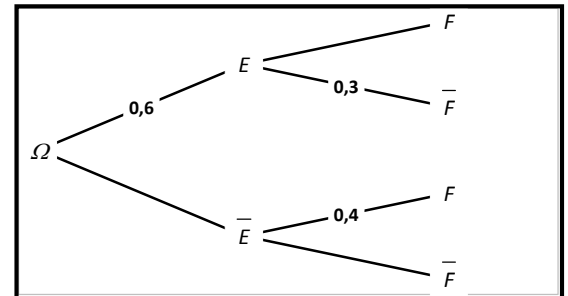


**Exercice 1 ( 4,5 pts)**

**Partie A (Q.C.M)**

Choisir la seule réponse exacte **sans** justification

- Soit  $\Omega$  un univers,  $p$  une probabilité définie sur  $\wp(\Omega)$  et  $A$  et  $B$  deux événements **indépendants** tels que  $p(A) = 0.5$  et  $p(B) = 0.6$ . La probabilité de l'événement  $A \cup \bar{B}$  est égale à :  
a) 0.9                      b) 0.3                      c) 0.6
- Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher dont 3 sont blanches, 4 sont rouges et 5 sont vertes. On tire simultanément trois boules de cette urne. La probabilité d'avoir au moins deux couleurs est égale à :  
a)  $\frac{41}{44}$                       b)  $\frac{3}{44}$                       c)  $\frac{43}{44}$
- On considère l'arbre pondéré de probabilité ci –contre. La probabilité de “ E sachant F ” est :  
a) 0.42                      b) 0.7                      c)  $\frac{21}{29}$



**Partie B ( Vrai ou Faux )**

Répondre par vrai ou faux sans justification

- Soit  $f(x) = \ln x$ . La valeur moyenne de  $f$  sur l'intervalle  $[\sqrt{e}, e]$  est égale à  $\frac{1}{2(\sqrt{e}-1)}$
- La suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $U_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$  est croissante.
- Soient les intégrales  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{2+\sin x} dx$  et  $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\sin x}$ . La valeur de  $I - J$  est  $\ln 3$ .

**Exercice (7 pts)**

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation **m**.

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le  $\frac{1}{3}$  des employés choisissent la modalité **m**.
- Parmi les employés ayant choisi la modalité **m**, 80 % sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité **m**, 75 % sont atteints d'une maladie chronique.

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

$M$  : “ L'employé choisit la modalité **m** ”.

$C$  : “ L'employé est atteint d'une maladie chronique ”.

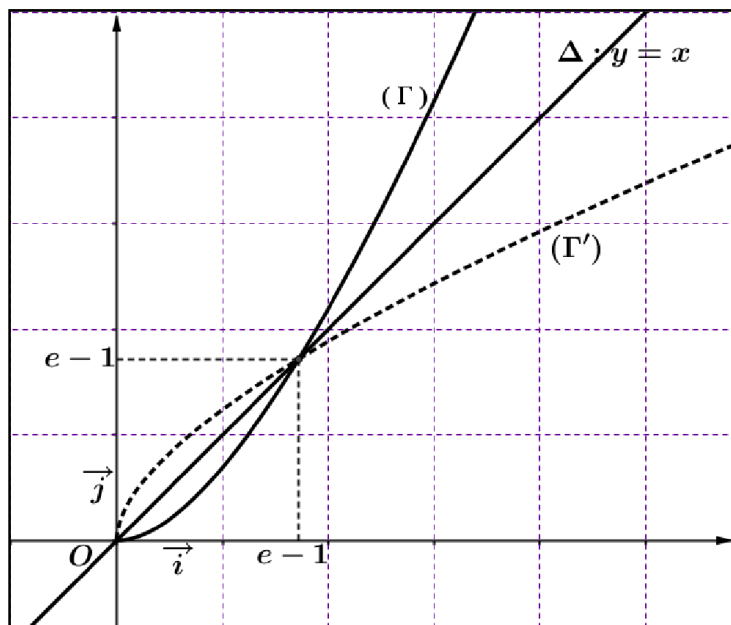
- a) Déterminer les probabilités suivantes :  $p(M)$  ;  $p(C / M)$  et  $p(C / \bar{M})$ .  
b) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
- a) Calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité **m** et soit atteint d'une maladie chronique.  
b) Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité **m** et soit atteint d'une maladie chronique.  
c) En déduire  $p(C)$ .
- Soit l'événement  $E$  : “ L'employé choisit la modalité **m** sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique ”.



Montrer que  $p(E) = \frac{8}{23}$ .

### Exercice 3 (2,5pts)

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par  $g(x) = x \cdot \ln(x+1)$  et  $(\Gamma)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On admet que  $g$  est une bijection de  $[0, +\infty[$  sur lui-même et on désigne par  $(\Gamma')$  la courbe de la fonction  $g^{-1}$  réciproque de  $g$  et par  $\Delta$  est la droite d'équation  $y = x$ .



1. Justifier que la courbe  $(\Gamma)$  est au-dessous de la droite  $\Delta$  sur l'intervalle  $[0, e-1]$ .

2. a) Vérifier que  $\forall x \in [0, +\infty[$ ,

$$\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}.$$

b) Calculer alors l'intégrale  $I = \int_0^{e-1} \frac{x^2}{x+1} dx$ .

3. Utiliser une intégration par parties pour calculer l'aire  $\mathcal{A}$  du domaine limité par les courbes  $(\Gamma)$ ,  $(\Gamma')$  et les droites d'équations  $x=0$  et  $x=e-1$ .

### Exercice 4 (6 pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-1, +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot e^{-x}$  et  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . **L'unité graphique est 2cm.**

1. a) Vérifier que pour  $x > 0$ ,  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2}} \cdot x e^{-x}$ .

b) En déduire que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  et interpréter graphiquement le résultat.

c) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en  $(-1)$  et interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Montrer que pour tout  $x > -1$ ,  $f'(x) = \frac{(-1-2x)}{2\sqrt{x+1}} \cdot e^{-x}$ .

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

c) Tracer la courbe  $C$  ainsi que sa tangente horizontale et sa demi-tangente au point  $A(-1, 0)$ .

3. Soit  $C_0$  l'arc de la courbe  $C$  défini par  $C_0 = \{M(x, f(x)); x \in [-1, 0]\}$

a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale  $I = \int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$ .

b) En déduire le volume exact en  $\text{cm}^3$  du solide engendré par la révolution de  $C_0$  autour de l'axe des abscisses. L'espace est supposé rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

