

Exercice N 1 (7 points)

Soit la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$

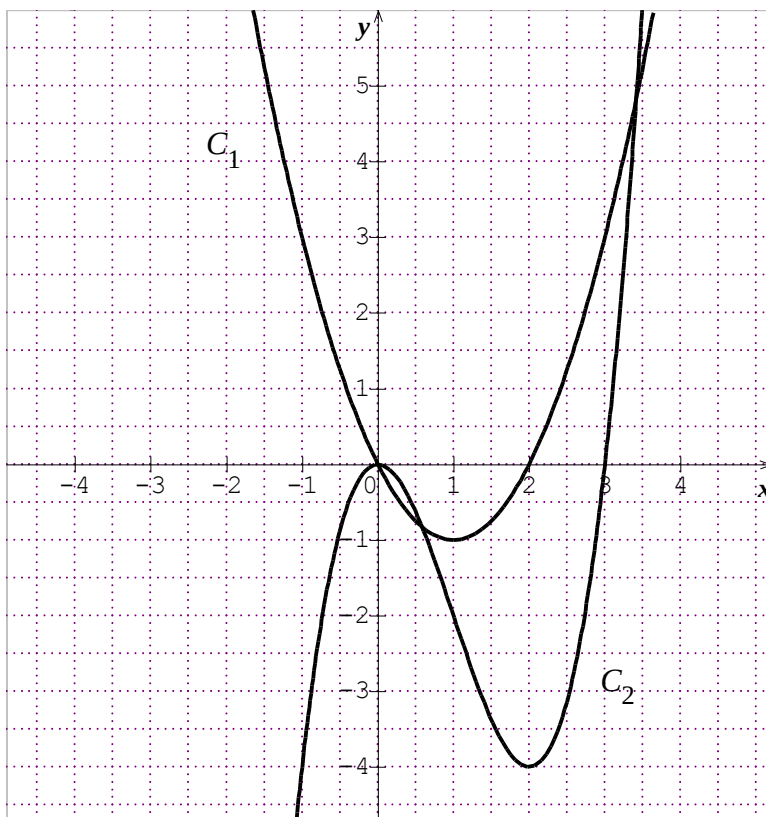
- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n > 1$
- Montrer que u est décroissante
- Montrer que u est convergente et calculer sa limite l

2) Soit v la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $v_n = \ln\left(\frac{u_n - 1}{u_n}\right)$

- Montrer que v est une suite géométrique de raison 2
- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n
- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ puis retrouver $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice N 2 (5 points)

On a représenté ci- dessous, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les courbes (C_1) et (C_2) représentatives d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa primitive F



- 1) Reconnaître la courbe de f et F
- 2) Déterminer $F(3)$, $F(1)$ et $F(2)$
- 3) Hachurer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites $x=1$ et $x=3$
- 4) Calculer alors cette aire

Exercice N 2 (8points)

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$, On note (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2cm)

- 1) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$
 - a) Dresser le tableau de variation de g
 - b) Calculer $g(1)$ puis en déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x
- 2)
 - a) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition
 - b) Dresser le tableau de variation de f
 - c) Montrer que la droite $\Delta: y = x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$
 - d) Déterminer la position relative de (C_f) et Δ
 - e) Tracer (C_f) et Δ
- 3) Soit α un réel strictement positif. On désigne par $A(\alpha)$ l'aire exprimée en unité d'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , la droite Δ et les droites $x=1$ et $x=\alpha$ ($\alpha > 1$)

A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $A(\alpha) = 1 - \frac{\ln \alpha}{\alpha} - \frac{1}{\alpha}$