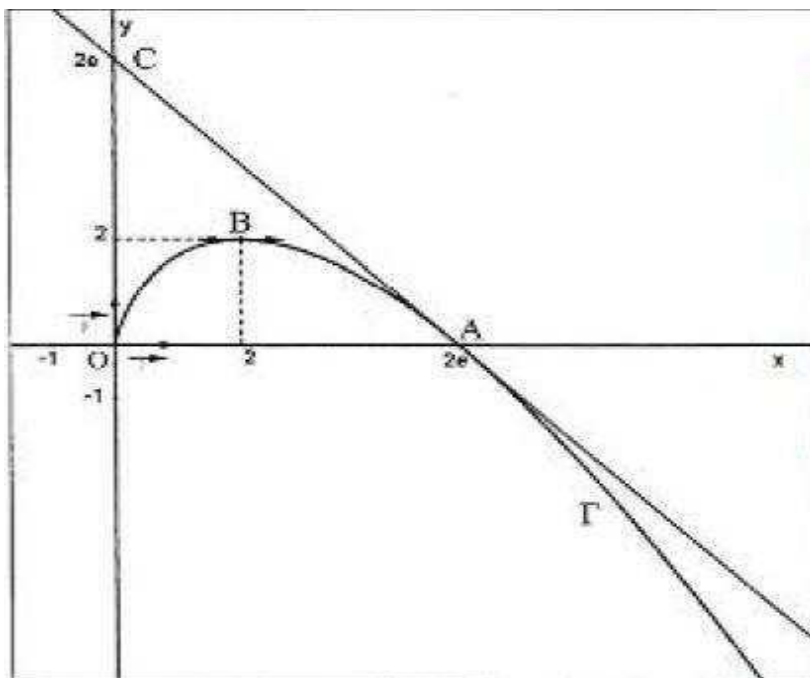


LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ***** Proposé par : M^r HAOUATI CHOKRI Mme : CHAKROUN RAMLA	DEVOIR DE MAISON N° 1 4^{ème} Sciences Technique 1+2+3+4 MATHEMATIQUES Le / 11 / 2008
---	--



Exercice N°1

Répondre par « vrai » ou « faux »

- 1) f est strictement décroissante sur $[0,1]$ tel que $f(0)=2$
 - a) Si f est continue sur $[0,1]$ alors pour tout réel k , l'équation $f(x)=k$ admet une solution unique dans $[0,1]$
 - b) Si $f(1)<0$ alors $f(x)=0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[0,1]$
 - c) Si f n'est pas continue sur $[0,1]$ alors $f(x)=0$ peut avoir deux solutions dans l'intervalle $[0,1]$
- 2) Soient f et g deux fonctions dérivables sur un intervalle $I=[0,1]$
Si $f(0)=g(0)$ et $f'(x) \leq g'(x)$ alors $f(x) \leq g(x)$
- 3) Soit f une fonction dérivable sur $[-1 ; 1]$ telle que $f(-1) = 0, f(0) = 1, f(1) = 0$. Alors
 - a) Pour tout x de $[-1 ; 0], f'(x) \leq 0$.
 - b) Il existe c appartenant à $] -1 ; 0[$ tel que $f'(c) = \frac{1}{2}$.
 - c) L'équation $f'(x) = \frac{1}{2}$ admet exactement deux solutions dans $] -1 ; 1[$.
 - d) L'équation $f'(x) = \frac{1}{2}$ admet au moins deux solutions dans $] -1 ; 1[$.
 - e) L'équation $f''(x)=0$ admet une solution dans l'intervalle $] -1,1[$
- 4) Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(1+5i)z+10i=0$
 - a) La somme des racines de (E) est égale à $-1-5i$
 - b) (E) admet une solution réelle

Exercice N°2

- 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$
- 2) On considère l'équation (E) : $z^3 - (2+i)z^2 + (2+2i)z - 2i = 0$
 - a) Vérifier que i est une solution de (E)
 - b) Déterminer alors les deux autres solutions
- 3) On donne le nombre complexe $a = 1 - i$
 - a) Mettre a sous la forme trigonométrique
 - b) Vérifier que $(1-i)(2+i)^3 = 13 + 9i$
 - c) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^3 = 13 + 9i$

Exercice N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ unité graphique 2 cm

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

- 1)
 - a) Déterminer le domaine de définition de f
 - b) Etudier la continuité de f sur son domaine de définition
 - c) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 et à gauche en -1. Interpréter graphiquement les résultats obtenus
- d) Montrer que f est dérivable sur $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ et calculer $f'(x)$
- 2) Etudier les variations de f
- 3) Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$
- 4) Construire la courbe de f
- 5) Soit g la restriction de f sur $[1, +\infty[$
 - a) Montrer que g est une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera
 - b) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$
 - c) Donner $(g^{-1})'(x)$
 - d) Tracer la courbe de g^{-1}

Exercice N°4

Dans la figure ci-contre Γ est la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'une fonction définie sur $[0, +\infty[$ et dérivable sur $]0, +\infty[$

- La droite T est une tangente au point $A(4, 0)$
- Γ admet une branche parabolique de direction $((O, \vec{j}))$ au voisinage de $+\infty$
- $e \approx 2,71$

- 1) Par une lecture graphique
 - a) Déterminer $f(2)$ $f(2e)$
 - b) Déterminer $f'(2)$, $f'(4)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$
 - c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- 2) Justifier que la restriction g de f à $[2, +\infty[$ admet une fonction réciproque g^{-1} et préciser le domaine de définition de g^{-1}
 - a) Déterminer $g^{-1}(2)$ et $g^{-1}(0)$
 - b) Déterminer $(g^{-1})'(2)$ et $(g^{-1})'(0)$
 - c) Tracer la courbe de g^{-1} dans le même repère