

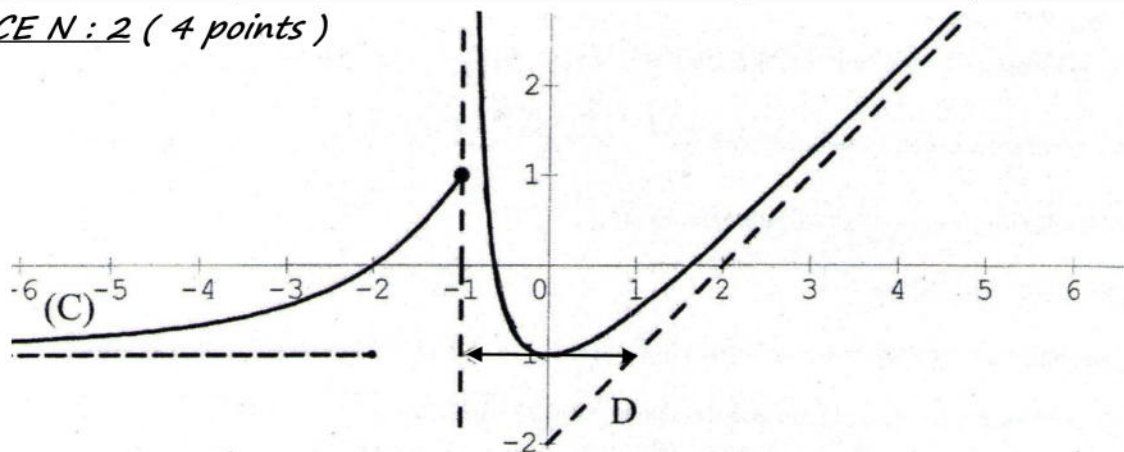
<u>Lycée Houmet Souk</u> <u>Prof : Loukil Mohamed</u>	<u>Devoir de contrôle N : 1</u> <u>Durée : 2 Heures</u>	<u>4 Technique 2</u> <u>07 -11- 2018</u>	<u>Nom :</u> <u>Prénom :</u>
--	--	---	---------------------------------

EXERCICE N : 1 (3 points)

Pour chacune des questions ci-dessous cocher la seule réponse correcte .

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$	☐ f est continue sur $]0, +\infty[$ ☐ f est continue sur $]-\infty, 0[$ ☐ f est prolongeable par continuité en 0	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sin(1-\sqrt{x})}$	☐ 0 ☐ 2 ☐ N'existe pas
$g(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$	☐ g est continue en 2 ☐ $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$ ☐ g est prolongeable par continuité en 2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + x + 1}$	☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ N'existe pas
(Ch) admet une asymptote d'équation : $y = 1 - x$ au voisinage de $-\infty$ alors :	☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -\infty$ ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x) + x] = 1$ ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x) + 1 - x] = 0$	$k(x) = 1 - x^3$	☐ $k(]1, 2[) = [-7, 0[$ ☐ $k([1, +\infty[) =]-\infty, 0[$ ☐ $k([0, 1]) = [0, 1]$

EXERCICE N : 2 (4 points)



On a représenté ci-dessus la courbe représentative (C) de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

A) Par lecture graphique , déterminer :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f \circ f(x)$; $f(\mathbb{R})$ et $f \circ f(]-\infty ; -1])$.

2) Montrer que l'équation : $f(x) = 1 + \frac{1}{2x}$ admet dans $[-2, -1]$ une unique solution α .

B) On considère la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par :
$$\begin{cases} g(x) = x f\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x > 0 \\ g(0) = 1 \end{cases}$$

On désigne par (Cg) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Montrer que g est continue à droite de 0 .

2) Prouver que $(g)'_d(0) = -2$.

3) Montrer que la droite $\Delta : y = -x$ est une asymptote oblique à (Cg) .



EXERCICE N : 3 (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+3}-3 & \text{si } x < 1 \\ x^2-2+x\sin(\frac{\pi}{x}) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$. (Interpréter géométriquement les résultats obtenus)

2) a) Montrer que pour tout $x \in [1; +\infty[$: $x^2 - x - 2 \leq f(x)$.

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (Interpréter géométriquement les résultats obtenus)

3) a) Montrer que f est dérivable à gauche de 1.

b) Montrer que f est dérivable sur chacun des intervalles $] -\infty ; 1[$ et $[1; +\infty[$.

c) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in] -\infty ; 1[$ et $x \in [1; +\infty[$.

d) f est-elle dérivable en 1 ? justifier votre réponse.

4) Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $]1; 2[$.

EXERCICE N : 4 (7 points)

I) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\theta) : Z^2 - (2i \cos \theta)Z - 1 = 0$, où $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

On pose Z' et Z'' les solutions de (E_θ) avec $\operatorname{Re}(Z') < 0$.

1) Sans chercher Z' et Z'' déterminer la valeur de θ pour laquelle $\frac{i}{Z'} + \frac{i}{Z''} = 1$.

2) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_θ) .

b) Ecrire Z' et Z'' sous la forme exponentielle.

II) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ et $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

On donne les points M, M' et M'' d'affixes respectives $Z_M = 2i \cos \theta$, $Z_{M'} = i e^{i\theta}$ et $Z_{M''} = i e^{-i\theta}$.

1) a) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M lorsque θ varie dans $]0, \frac{\pi}{2}[$.

b) Construire l'ensemble (Γ') des points M' lorsque θ varie dans $]0, \frac{\pi}{2}[$.

c) Prouver que M' et M'' sont symétriques par rapport à l'axe $(O, \vec{v})$.

2) Montrer que la distance MM' est constante pour tout $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

3) a) Montrer que $OM'MM''$ est un losange.

b) Donner une mesure de $(\overline{OM''}, \overline{OM'})$ en fonction de θ .

c) Déterminer la valeur de θ pour laquelle $OM'MM''$ soit un carré.

