

Exercice N°1: (4 points) Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : Répondre aux questions

1) Si O, I, M trois points d'affixes respectives $o, -1 - i$ et z tels que $|(1+i)z + 2i| = 3$ quel est l'ensemble des points M .

2) Quelle est la forme polaire de $\frac{1+i\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}$.

Partie B : Ajouter l'hypothèse qui manque dans chaque phrase

1) Si $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ existent alors $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe.

2) Si f et g deux fonctions tels que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ alors $\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = L$.

Exercice N°2: (6 points)

On donne dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

les points A, B et C d'affixes respectives $z_1 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ et $z = z_1 + z_2$

1/a) Ecrire sous forme exponentielle de z_1 et z_2

b) Placer les points A, B et C .

c) Vérifier que $OACB$ est un carré.

2/a) Montrer que $z = (1+i)e^{i\frac{\pi}{6}}$

b) Déterminer la forme trigonométrique de z .

c) Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et de $\sin(\frac{5\pi}{12})$.

Exercice N°3: (6 points)

Soit la fonction f est définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 \sin(\frac{2}{x})}{1+x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1/a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$ on a : $\frac{-x^2}{1+x} \leq f(x) \leq \frac{x^2}{1+x}$

b) Déduire la limite de f à droite en 0

2/a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin(\frac{2}{x}) = 2$. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3/ Soit h la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $h(x) = f(-\sqrt{x+1})$

a) Montrer que pour tout x de $]-1, +\infty[$ on a : $(-\sqrt{x+1}) \in]-\infty, 0[$

b) En déduire que h est continue sur $]-1, +\infty[$



Exercice N°4: (4 points)

Annexe à rendre avec les copies

Nom :.....

Prénom :.....

Classe : 4^{ème} tech1.

N°:.....

I- Cocher l'unique réponse exacte dans chacun des cas suivants :

1) Si f est une fonction continue sur l'intervalle $[-2,4]$ tels que $f(-2) = 2$ et $f(4) = -1$

Alors l'équation : $f(x) = 1$

☐ admet une unique solution dans $[-2,4]$ ☐ admet au moins une solution dans $[-2,4]$ ☐ n'admet pas de solution dans $[-2,4]$

2) Soit $z = \left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}\right)^2$ avec $\theta \in [0, 2\pi[$ alors :

☐ $z = \cos(2\theta)$ ☐ $z = 1$ ☐ $z = \sin(2\theta)$

II- Pour chacune des trois propositions suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) Si z est un nombre complexe d'argument $\frac{p}{3}$ alors z^{2010} est un nombre réel. ☐

2) l'ensemble des points M d'affixe z différent de 1 du plan telle que $\left|\frac{z}{1-z}\right| = 1$ est une droite parallèle à l'axe des réels. ☐

Avec mes encouragements
Saemongi

