

Exercice n°1(4pts)

Cocher la réponse exacte. En justifiant

- 1) . Le nombre complexe $(1 + i)^6$ est :
 a/ un réel b/ imaginaire pur c/ ni réel ni imaginaire
- 2) Le conjugué du nombre complexe $1 - i Z$ est :
 a/ $1 + i \bar{Z}$ b/ $1 + i Z$ c/ $1 - i \bar{Z}$
- 3) La forme exponentielle du complexe $1 + e^{i\theta}$ avec $\theta \in]0 ; \pi[$ est :
 a/ $e^{i\frac{\theta}{2}}$ b/ $2\sin\frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$ c/ $2\cos\frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$
- 4) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + x = 3$ alors sa courbe C_f représentative dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$ admet au voisinage de $(+\infty)$ une asymptote d'équation :
 a/ $y = x - 3$ b/ $y = x + 3$ c/ $y = -x + 3$

Exercice n°2(5pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points **A**, **B**, **C** et **I** d'affixes respectives 4 ; $2i$; $3+3i$ et 1 .

1) Montrer que le triangle **ABC** est isocèle rectangle en **C**.

2) On associe, à tout point **M** d'affixe $z \neq 2i$, le point **M'** d'affixe $z' = \frac{z-4}{z-2i}$

a- Montrer que $IM' \cdot BM = 2\sqrt{5}$.

b- En déduire que si **M'** appartient au cercle (C') de centre **I** et de rayon $\sqrt{5}$ alors **M** varie sur un cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.

3) a- Déterminer et construire l'ensemble (E) des points **M** lorsque $|z'| = 1$.

b- Déterminer et construire l'ensemble (E') des points **M** pour que z' soit un réel.

Exercice n°3(5pts)

On considère les nombres complexes $z_1 = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

1) a- Mettre z_1 et z_2 sous la forme exponentielle.

2) b- En déduire la forme exponentielle de chacun des nombres complexes : $(-2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2})^3$;

$$-3i(2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}) ; (2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2})(\sqrt{3} - i) \text{ et } \frac{2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}}{\sqrt{3} - i}$$

a- Calculer le produit $z_1 \cdot z_2$ sous la forme algébrique.

b- Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

c- Prouver alors que $\tan(\frac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$

Exercice 4(6pts)

Soit la fonction f définie sur IR par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1+\sqrt{x} \cos x}{x+2} & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{4\sqrt{x^2+1}-1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue en 0 .

2) a) Montrer que pour tout $x \geq 0$ on a : $\frac{1-\sqrt{x}}{x+2} \leq f(x) \leq \frac{1+\sqrt{x}}{x+2}$

b) Calculer alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

3) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + \frac{1}{4}x]$

b) Interpréter graphiquement le résultat .

4) a) Montrer que $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $] \frac{\pi}{2} ; \pi [$

b.) Montrer que $\tan(\alpha) = -\sqrt{\alpha - 1}$

n   de télé : 97519484

BON TRAVAIL