

Lycée Ibn-Elhaytham	Devoir de contrôle n°1 Mathématiques	Classe : 4 ^{ème} tech 1
AS : 2012/2013		Date : 08/11/2012
Prof : Mahmoudi		Durée : 2h

Exercice n°1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux sans justifier :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1) Les points A d'affixe i , B d'affixe $1+i$ et C d'affixe $2+2i$ sont alignés.
- 2) Trois points, A d'affixe z_A , B d'affixe z_B et C d'affixe z_C sont alignés si $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ est réel.
- 3) Si le point A est sur le cercle de diamètre [BC] alors $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ est imaginaire pur.

Exercice n°2 (7 points)

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $iz^2 + \sqrt{3}z - i = 0$. On note z_1 et z_2 les solutions de cette équation.
b) Mettre z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
c) On considère les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 . Quelle est la nature du triangle OAB ?
- 2) On considère l'équation $(E_\theta): iz^2 + (2\sin\theta)z - 2i(1 + \cos\theta) = 0$. avec $\theta \in]0, \pi[$.
a) Vérifier que $\sin^2\theta - 2(1 + \cos\theta) = [i(1 + \cos\theta)]^2$.
b) Résoudre alors l'équation (E_θ) .
c) Mettre les solutions de l'équation (E_θ) sous forme exponentielle.
- 3) On donne les points M et N d'affixes respectives $2\cos(\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$ et $2\sin(\frac{\pi-\theta}{2})e^{i(\pi+\frac{\theta}{2})}$.
Montrer que pour tout $\theta \in]0, \pi[$ le triangle OMN est isocèle en O.

Exercice n°3 (10 points)

Soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + x} - x & \text{si } x > 0. \\ f(x) = 2x - \sin x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

- 1) Préciser le domaine de définition de f .
- 2) Etudier la continuité de f en 0.
- 3) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b) Interpréter graphiquement le résultat.
c) Montrer que pour tout $x \leq 0$ on a $f(x) \leq 1 + 2x$.
d) En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 4) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche et à droite en 0. f est elle dérivable en 0 ?
b) Interpréter graphiquement les résultats.
- 5) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]-\infty 0[$.
b) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]-\infty 0[$.
c) En déduire que pour tout $x \in]-\infty 0[$ on a $x \leq \frac{\sin x}{2}$.

Bon travail