

REPUBLICQUE TUNISIENNE ***** MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION DEVOIR DE CONTROLE N° : 1			LYCEE DE KASSERINE ***** MR: JEMLI KHALED	
EPREUVE : MATHEMATIQUES		COEFFICIENT : 4	NIVEAU ET SECTION : 4^{ème} TEC	
Première trimestre	Date : 15 Novembre 2012		Durée : 2 Heures	

QCM : 3pts

Dans chaque question indiquer la bonne réponse.

1) Soit $Z = -3 \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i} \right)$ alors :

Un argument de Z est : $-3 \arg \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i} \right)$; $\pi + \arg(1+i\sqrt{3}) - \arg i$; $-3 \frac{\arg(1+i\sqrt{3})}{\arg i}$

2) On note (E) : $3z^2 - z + 5 = 0$ alors (E) possède dans $\mathbb{C}$:

Deux solutions réelles une racine double deux solutions conjuguées

3) Soit f une fonction continue et strictement croissante sur $[-1.3]$ vérifiant $f(-1) = -2$ et $f(3) = -1$.

Alors $f(x) = 0$ admet dans $[-1.3]$:

deux solutions une seule solution aucune solution.

4) Soient f et g deux fonctions tels que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ alors :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} fog(x) = 3$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} gof(x) = 3$ $\lim_{x \rightarrow 1} gof(x) = 3$

Ex2 : 3,5pts

Le tableau de variation suivant est celui d'une fonction f continue et dérivable sur $\mathbb{R} - \{2\}$

1) Interpréter graphiquement la limite de f en : $-\infty$; $+\infty$; et 2^+ .

2) Montrer que : l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet dans

$\mathbb{R} - \{2\}$ une unique solution.

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$

4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ si $x \neq 2$ et $g(2) = 0$.

Montrer que g est continue en 2.

Ex3 : 6pts

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 + \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1) a) Montrer que $\forall x < 0 ; 1 \leq f(x) \leq 1 + \frac{2}{x^2}$

b) En déduire : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) Etudier la continuité de f en 0 puis sur $[0; +\infty[$

3) a) justifier que f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

b) déterminer $f([0; 2])$ et déduire que l'équation $f(x) = 7/2$ admet dans $[0; 2]$ unique solution α

Ex4 : 7,5pts

A- 1) Soit $a = -1 - 2i\sqrt{2}$ un nombre complexe. Déterminer les racines carrées de a .

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1 + i\sqrt{2})z + i\sqrt{2} = 0$.

B- On donne les points : A ; B ; M et M' les points d'affixes respectives : 1 ; $i\sqrt{2}$; z et $z' = \frac{z - i\sqrt{2}}{z - 1}$ avec $z \neq 1$

1) a) Montrer que $|z'| = \frac{BM}{AM}$.

b) Dédire l'ensemble des points $M(z)$ tel que : $|z'| = 1$.

2) Chercher l'ensemble des points $M(z)$ tel que : $\text{Arg}(z') \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

3) a) Montrer que $\forall z \neq 1 ; |z' - 1| |z - 1| = \sqrt{3}$.

b) Dédire que si M appartient au cercle de centre A et de rayon $\sqrt{3}$ alors M' appartient à un cercle que l'on déterminera.

4) Soit D le point d'affixe $z_D = e^{i\theta}$ avec $\theta \in]0; \pi[$.

a) Vérifier que : $e^{i\theta} - 1 = 2i \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$.

b) Dédire AD en fonction de θ .

c) Déterminer la valeur de θ pour que : ABD soit isocèle en A .

Bon travail

