

Exercice n°1 (3 pts)

Pour chaque question ; trois affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) La fonction $f: x \rightarrow \sqrt{\frac{x-1}{x}}$ est définie sur

a) $[1, +\infty[$

b) $] -\infty, 0[\cup [1, +\infty[$

c) $\mathbb{R}^*$

2) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = 2$ alors la droite Δ est une asymptote à C_f au voisinage de $(+\infty)$

a) $\Delta: y = 2$

b) $\Delta: y = x - 2$

c) $\Delta: y = -x + 2$

3) L'équation : $z^2 = -3$ admet dans l'ensemble $\mathbb{C}$ exactement :

a) Zéro solution

b) une solution

c) deux solutions

4) La forme exponentielle du nombre complexe $(-\sqrt{3} - i)$ est :

a) $2 e^{-i\frac{\pi}{6}}$

b) $2 e^{i\frac{5\pi}{6}}$

c) $2 e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

Exercice n°2 (7 pts)

1) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E): z^2 - (\sqrt{3} + 2i)z - 1 + i\sqrt{3} = 0.$$

a) Vérifier que $z_1 = i$ est une solution de (E) .

b) En déduire l'autre solution z_2 de (E)

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points : A, B et M d'affixes respectives $Z_A = \sqrt{3} + i$; $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $Z_M = \alpha Z_A$ (où α est un réel strictement positif)

a) Ecrire Z_A et Z_B sous forme exponentielle .

b) Placer les points A et B dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

c) Montrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O . Puis calculer son aire A .

d) Pour quelle valeur de α l'aire A' du triangle OBM soit égale au double de A .

.....voir suite au verso

Exercice n°3 (4 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$ et on désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 1) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$; Interpréter graphiquement les résultats .
- 2) Montrer que f admet une limite finie en zéro que l'on précisera .
- 3) Déterminer le prolongement par continuité g de f en zéro .

Exercice n°4 (6 pts)

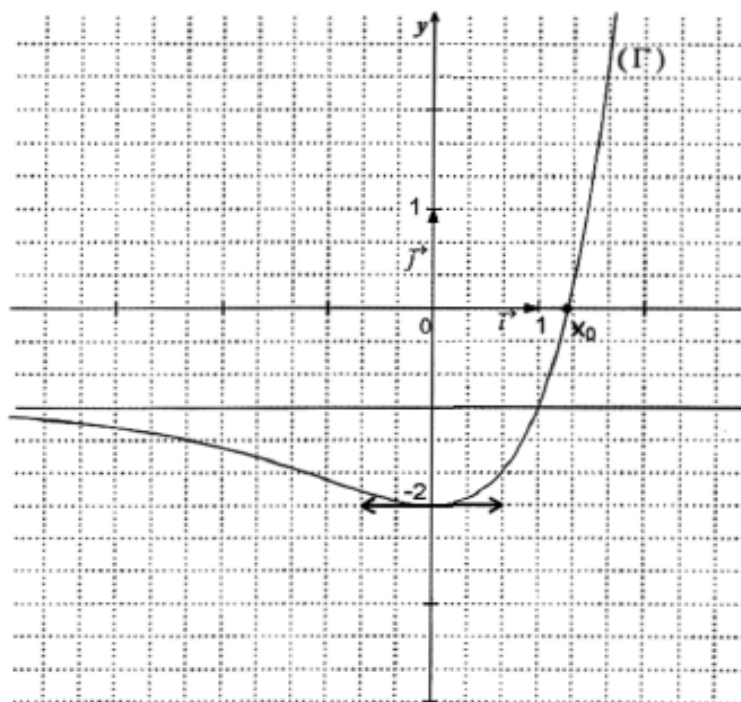
La courbe (Γ) ci – dessous est celle d'une fonction f définie , continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- La droite d'équation $y = -1$ est une asymptote à (Γ) au voisinage de $(-\infty)$.
- La courbe (Γ) admet une seule tangente horizontale .
- La courbe (Γ) coupe l'axe $(O, \vec{i})$ en un unique point d'abscisse x_0 .
- La courbe (Γ) admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de $(O, \vec{j})$ au voisinage de $(+\infty)$.

En utilisant le graphique :

- 1) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- 2) Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
- 3) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de f sur $\mathbb{R}$.
- 4) Résoudre l'inéquation : $f'(x) \leq 0$
- 5) Déterminer suivant la valeur du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.



Bon travail

