

Exercice 1 (4 points)

• Pour Chacune des questions suivantes une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) La forme exponentielle du nombre complexe $z = -5i e^{i \frac{\pi}{3}}$ est :

- a) $5i e^{i(\frac{\pi}{3}+\pi)}$ b) $-5e^{i(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2})}$ c) $5e^{i(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2})}$ d) $5e^{-i\frac{\pi}{3}}$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4 + \sin x}{x} \right)$ est égale à :

- a) $+\infty$ b) 0 c) 5 d) $-\infty$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 - 4 \cos x}{x^2} \right)$ est égale à :

- a) 2 b) 0 c) 4 d) $+\infty$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right)$ est égale à :

- a) $+\infty$ b) 0 c) 1 d) $-\infty$



Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 + x \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que, pour tout $x > 0$, $1 - x \leq f(x) \leq 1 + x$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

c) Etudier la continuité de f en 0.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $] -\infty, 0]$ et calculer $f'(x)$

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $] -\infty, 0 [$ une unique solution α .

c) Vérifier que $-0,7 < \alpha < -0,6$.

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right)$



Exercice 3 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A , B et C d'affixes respectives :

$$z_A = 5 - i\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_B = 4 + 2i\sqrt{3}.$$

On note C le milieu du segment $[OB]$.

1) a) Déterminer l'afixe z_C du point C .

b) Soit D le point d'afixe $z_D = 3 - 2i\sqrt{3}$.

Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

2) a) Ecrire $\frac{z_D - z_A}{z_D}$ sous la forme algébrique.

b) En déduire que le triangle OAD est rectangle en D .

c) Montrer que $OCAD$ est un rectangle.

3) Soit E le point d'afixe $z_E = \frac{2}{3}z_A$.

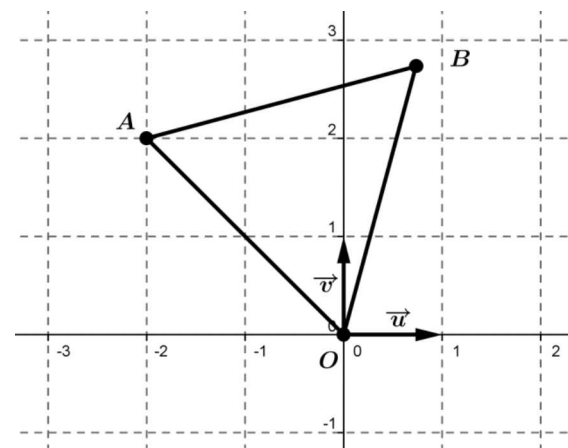
a) Ecrire $\frac{z_D - z_B}{z_D - z_E}$ sous la forme algébrique.

b) Que peut-on en déduire pour les points B , D et E ?



Exercice 4 (3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.



Dans la figure ci-dessus :

- A et B les points d'affixes respectives z_A et z_B
- OAB est un triangle équilatéral.
- $A(-2, 2)$.

Ecrire z_A et z_B sous la forme exponentielle.

