

<i>Mathématiques</i>			<i>Devoir de Contrôle N°1</i>
<i>Lycée Ali Bourguiba Bembla</i>			
Durée : 120minutes	Coefficient : 3	<i>4 Tech 1 et 3</i>	<i>Mr: Chaouch et Mr:Chortani</i>

Exercice n°1(4 points):

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte, cocher la. Aucune justification n'est demandée.

I) 1) Le plan complexe, muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points A et B d'affixes respectives 2 et 3i.

L'affixe du point C tel que OACB soit un rectangle est :

a) $z_C = 2 - 3i$

b) $z_C = 3 - 2i$

c) $z_C = 2 + 3i$

2) A tout nombre complexe $z \neq 2$, on associe le nombre complexe z' définie par $z' = \frac{z - 3i}{z - 2}$

L'ensemble de points M d'affixe z tel que $|z'| = 1$ est :

a) Le cercle de diamètre [AB] . b) La droite (AB) privée de A . c) la médiatrice de [AB]

II)1) Dans le plan complexe, on donne les points E, F et G d'affixes respectives e, f et g. Si $\frac{f - g}{e - g} = -i$

alors le triangle EFG est :

a) isocèle et non rectangle

b) isocèle et rectangle

c) rectangle et non isocèle

2) Le nombre complexe $z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}$ a pour argument:

a) $\frac{\pi}{12}$

b) $\frac{\pi}{4}$

c) $\frac{\pi}{3}$

Exercice 2 (5 points)

Soit $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}$ [et (E_θ) l'équation dans C définie par : $z^2 - (3 + i) e^{i\theta} z + 2(1 + i) e^{2i\theta} = 0$.

1) a) Résoudre, dans C, l'équation (E) d'inconnue z .

On note z_1 et z_2 les solutions de (E) avec $|z_1| > |z_2|$.

b) Ecrire la solution z_2 sous forme exponentielle.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ supposé direct.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2e^{i\theta}$, $(1 + i)e^{i\theta}$ et $ie^{i\theta}$.

a) Montrer que les droites (OA) et (OC) d'une part et (OC) et (BC) d'autre part sont perpendiculaires.

b) Montrer que OABC est un trapèze rectangle.

c) Montrer que l'aire du quadrilatère OABC est un réel indépendant de θ

Exercice n°3(5 points):

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) - 5 & \text{si } x < 0 \\ x^3 + 3x - 5 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 0[$ on a : $-x^2 - 5 \leq f(x) \leq x^2 - 5$.

b) Déduire $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

c) En déduire que f est continue en 0

d) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$

2) a) Etudier les variations de f sur $[0, +\infty[$.

b) Déterminer $f([1, 3])$.

3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]1, 2[$.

b) En déduire le signe de $f(x)$ sur $[0, +\infty[$.

Exercice 4(6 points)

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}; 3]$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est la courbe (C_f) ci-dessus.

-Les points $A(1,1)$, $B(0,2)$, $C(2,0)$, $E(-\frac{3}{2}, -3)$, et $D(3,2)$ appartiennent à (C_f) .

-La courbe (C_f) admet en chacun des points B et C une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

-La droite Δ est tangente à la courbe (C_f) au point A ;
elle passe par le point J de coordonnées $(3; -2)$.

1)a) Donner $f(0)$, $f(1)$ et $f(2)$.

b) Donner $f'(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.

c) Déterminer une équation de la droite Δ .

2) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de

l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}; 3]$

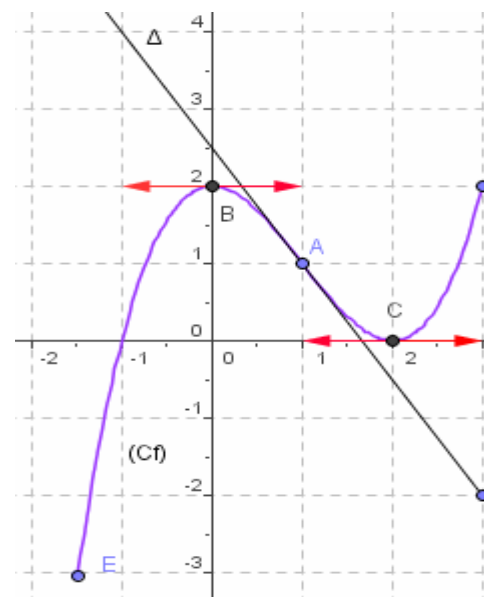
3) f est la dérivée d'une fonction F définie sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}; 3]$.

a) Donner le signe de f sur $[-\frac{3}{2}; 3]$.

b) En justifiant la réponse, donner le sens de variation de F sur $[-\frac{3}{2}; 3]$.

4) Pour tout $x \in [-\frac{3}{2}; 3]$, $f'(x) = ax(x-2)$, a étant une constante réelle.

a) Déterminer a à l'aide des résultats de la question 1. a).



b) Vérifier que pour tout $x \in [-\frac{3}{2} ; 3]$, $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x$. En déduire que $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2$