

EXERCICE N°1(4pts)

Soit $f(x) = \frac{x - \sin x}{1 + x^2}$

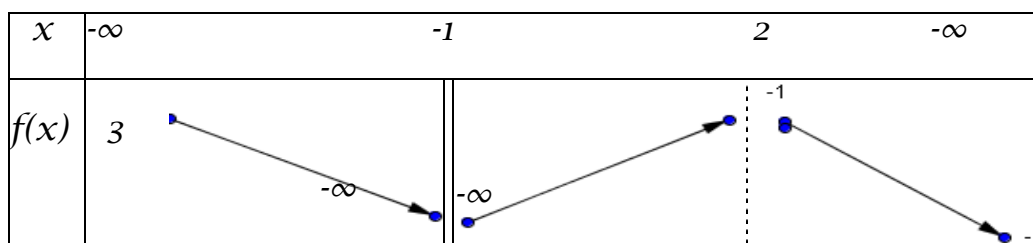
1) déterminer D_f (le domaine de définition de f)

a- montrer pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\frac{x-1}{1+x^2} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{1+x^2}$

b- En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

c) Interpréter graphiquement ces deux résultats

2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution $\alpha \in [-1,1]$

EXERCICE N°2(3pts)

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Préciser les asymptotes à C_f .

3) Déterminer en justifiant les réponses les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{2x^2+1}{x^2-1}\right)$

EXERCICE N°3(4pts)

Soit $g(x) = \begin{cases} 2x + \frac{\cos x}{x} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1/ déterminer d_g (le domaine de définition de g)

2/ a) - montrer pour tout $x < 0$ on a, $2x + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 2x - \frac{1}{x}$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

c) Montrer que la droite d'équation $y=2x$ est une asymptotes à ξ_g au voisinage de $-\infty$

3/ Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$. Interpréter le résultat graphiquement.

4/ Trouver la nature de la branche infinie de ξ_g au voisinage de $+\infty$



EXERCICE N°4(6pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A, B et C d'affixes respectives; $z_A = 2$; $z_B = 1+i$; et $z_C = 2+2i$
1/a) Déterminer l'affixe du point I milieu du segment [AC]

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en B

c) Déterminer l'affixe z_D pour que ABDC soit un parallélogramme

2) A tout point $M(z)$ on associe le point $M'(z')$ tel que $z' = \frac{z-2}{iz + (1-i)}$

a/ Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que z' soit imaginaire pur

b/ Vérifier que $OM' = \frac{AM}{BM}$

c/ Dédurre que si $M \in \text{med } [AB]$ alors M' appartient à un cercle qu'on précisera

d/ Montrer que $(\vec{u}, \overrightarrow{OM'}) \equiv (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM}) - \frac{\pi}{2} [2\pi]$

e) Dédurre que si $M \in (AB)$ alors M' appartient à une droite que l'on précisera.

EXERCICE N°5(3pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A et B d'affixes respectives; $z_A = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_B = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$

1) Ecrire sous forme exponentielle chacun des nombres z_A et z_B

2) On donne $Z = z_A + z_B$

a) Ecrire sous forme trigonométrique Z

b) Calculer alors $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\cos \frac{5\pi}{12}$

