

LYCEE ABOULOUBABA GABES	DEVOIR DE CONTROLE	Mr : S-SOLA
Le 12 - 11 - 2010	N° :1	4T ₁
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DUREE : 2h	COEFFICIENT : 3

EXERCICE N°1 : (5 pts)



Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- Dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z^2 = -5$
 - n'a pas de solution
 - a deux solutions
 - a une seule solution
- Une solution de l'équation $z^2 + \bar{z} = 1+i$ est :
 - i
 - 1 + i
 - 2 - i
- Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ . Un argument de $(-1+i\sqrt{3})z$ est :
 - $-\frac{\pi}{3} + \theta$
 - $\frac{2\pi}{3} + \theta$
 - $\frac{\pi}{3} + \theta$
- Soit le nombre complexe $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{i}$
 - $\arg(z) = -\frac{5}{6} + 2k\pi$
 - $\arg(z) = \frac{5}{6} + 2k\pi$
 - $\arg(z) = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi$
- Soit le nombre complexe $z = -2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
 - $\arg(z) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$
 - $\arg(z) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$
 - $\arg(z) = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$
- L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\frac{z-i}{z-1}$ est un réel est :
 - la droite (AB) privée de A
 - le segment [AB] privé de A
 - le cercle de diamètre [AB] privé de A
- Soit z un nombre complexe de module 2 Alors le conjugué de z est :
 - $\frac{2}{z}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{z}$
 - $\frac{4}{z}$
- Soit f une fonction continue en 2 et $f(2) = 1$ on a $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} =$
 - 0
 - 1
 - $+\infty$
- Si f et g deux fonctions tels que $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sqrt{x+2}$ Alors g of (0) est :
 - $1 + \sqrt{2}$
 - $\sqrt{2}$
 - $\sqrt{3}$
- Si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1$ alors $\lim_{x \rightarrow 2} g \circ f(x)$ est
 - $+\infty$
 - 2
 - 1



Exercice n°2: (6points)

Soit f une fonction continue sur son domaine de définition.

Son tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
f(x)	-3	$+\infty$	1	5

- 1) Préciser le domaine de définition de f
- 2) Préciser les asymptotes à C_f .
- 3) Déterminer en justifiant les réponses les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(1+x^2)$$

- 4) Donner dans chaque cas le nombre de solutions de l'équation :

$$f(x) = -3, \quad f(x) = 1, \quad f(x) = 3$$

- 5) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α .
- b) Etudier le signe de $f(x)$ pour $x \in D_f$.

EXERCICE N°3:(3 pts) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$.

On considère les nombres complexes $Z_1 = 1+i$, $Z_2 = \sqrt{3} - i$ et $Z = Z_1 Z_2$.

- 1) Déterminer la forme exponentielle de chacun des nombres complexes Z_1 , Z_2 et Z .
- 2) Déterminer l'écriture algébrique de Z .
- 3) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$

EXERCICE N°4 : (6 pts)

- 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E): $z^2 - 2i\sqrt{3}z - 4 = 0$.
- 2) On considère l'équation (E') : $z^3 + 2i(1-\sqrt{3})z^2 - 4(1-\sqrt{3})z - 8i = 0$

- a) Vérifier que $-2i$ est une solution de (E')
- b) Déterminer les nombres complexes b et c tels que

$$z^3 + 2i(1-\sqrt{3})z^2 - 4(1-\sqrt{3})z - 8i = (z+2i)(z^2 + bz + c)$$

- c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E')

- 3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soit les points A, B et C d'affixe respective $a = 1 + i\sqrt{3}$; $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -2i$

- a) Déterminer le module et l'argument de a et b
- b) placer les points A, B et C dans le plan complexe
- c) Montrer que le triangle ABC est isocèle

