

Exercice N° 1 :

Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 3x + 2}}{2x^2 - x - 1}$. Déterminer les limites éventuelles de f en 1 ; $-\frac{1}{2}$; -2 ; $+\infty$ et $-\infty$

Exercice N° 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x - |x| + 1}$.
Etudier les limite éventuelles de f en $-\frac{1}{2}$; en $+\infty$ et en $-\infty$

Exercice N° 3 :

Soit $a \in \mathbb{R}$ et f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x+a}{x-1}$. Déterminer a pour que f admette une limite finie en 1 .

Exercice N° 4 :

Soit $m \in \mathbb{R}$ et f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - (1+mx)}{x^2}$. Déterminer m pour que f admette une limite finie ℓ en 0 . Donner ℓ .

Exercice N° 5 :

Soit la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x) = x + a + \sqrt{x^2 + x + 1} & \text{si } x \leq 0 \quad (a \in \mathbb{R}) \\ f(x) = x^2 - x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ f(x) = bx - \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} & \text{si } x > 1 \quad (b \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Déterminer les réels a et b pour que la limite de f en chacun des points 0 et 1 existe.

Exercice N° 6 :

Déterminer les limites éventuelles suivantes

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + 3x - 1} + x) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x+2)^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 - 4x - 3}) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{2x^3 - 3x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{2x+5} - 3} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2x}{x^2 - 4} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\sqrt{x+2}} - \frac{x}{\sqrt{x+5}} \right) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+8} - \sqrt{3x-4}}{\sqrt{2x+7} - \sqrt{-x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{x-1} - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2 - \sqrt{x+4}}{2x+1 - \sqrt{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} \left(\frac{1}{1-x} - (1+x+x^2+\dots+x^n) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$$

Exercice N° 7 :

Soit m un réel et f la fonction définie par $f(x) = \frac{(m+1)x^2 + 3mx + 1}{2x^2 - x - 1}$. Etudier suivant les valeurs du paramètre réel m les limites de f en $+\infty$; $-\infty$; $-\frac{1}{2}$

Exercice N° 8 :

On considère la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x+3} - \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 6x + 9}} & \text{si } x \leq -2 \text{ ou } x \geq 3 \\ f(x) = x^2 + 2x - 2 & \text{si } -2 < x < 3 \end{cases}$$

- 1) Déterminer D_f le domaine de définition de f .
- 2) Etudier les limites de f en $+\infty$; en $-\infty$ et en -3 .
- 3) Etudier la continuité de f en -2 et en 3 .

Exercice N° 9 :

Soit $f(x) = \sqrt{2x^2 - |x|} - mx + 2$

- 1) Déterminer D_f le domaine de définition de f .
- 2) Discuter selon m la limite de $f(x)$ en $-\infty$.
- 3) On prend $m = 1$

a/ Déterminer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$

b/ Déterminer la limite de $[f(x) + (1 + \sqrt{2})x]$ en $-\infty$

- 4) On prend $m = 3$. Déterminer la limite de $\frac{f(x)}{x-1}$

lorsque x tend vers 1 .

Exercice N° 10 :

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$

- 1) Trouver le domaine de définition de f
- 2) La fonction f est-elle continue en 0 ? Étudier la continuité de f sur son domaine de définition.
- 3) La fonction est-elle dérivable en 0 .
- 4) Déterminer sur quels intervalles f est dérivable et déterminer sa fonction dérivée.

Exercice N° 11 :

Soit la fonction polynôme définie par $P_n(x) = x^n - 1$ avec $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1, 2\}$

- 1) Justifier l'identité $P_n(x) = (x-1)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1})$
- 2) On suppose que $x \neq 1$

a/ Montrer que $\sum_{k=2}^n (k-1)x^{k-2} = \frac{(n-1)x^n - nx^{n-1} + 1}{(x-1)^2}$

b/ Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(n-1)x^n - nx^{n-1} + 1}{(x-1)^2}$