

Exercice N° 1 :

ABC est un triangle rectangle en A. Montrer que si AB ; AC et BC sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique alors AB ; AC et BC sont proportionnels aux nombres 3 ; 4 et 5.

Exercice N° 2 :

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme U_1 . On suppose que $r > 0$ et $U_1 > 0$

Montrer que $\frac{1}{\sqrt{U_1} + \sqrt{U_2}} + \frac{1}{\sqrt{U_2} + \sqrt{U_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{U_{n-1}} + \sqrt{U_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{U_1} + \sqrt{U_n}}$

Exercice N° 3 :

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 1$ et la relation $U_{n+1} = \sqrt{U_n^2 + \frac{1}{2^{n+1}}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- 1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n \geq 1$
- 2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n = \sqrt{2 - \frac{1}{2^n}}$

Exercice N° 4 :

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = U_{n-1} + n(-1)^{n-1}$

- 1) Montrer que $U_{n+2} = U_n - (-1)^n$.
- 2) On considère les suites (V_p) et (W_p) définies sur $\mathbb{N}^*$ par : $V_p = U_{2p-1}$ et $W_p = U_{2p}$
 - a/ Déterminer la nature de (W_p) et calculer en fonction de p son terme général W_p
 - b/ Montrer que pour tout $p \in \mathbb{N}^*$: $V_p + W_p$
 - c/ En déduire la somme $S = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

Exercice N° 5 :

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = aU_{n-1} + 3$ où $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

- 1) Montrer que la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n + \frac{3}{a-1}$ est une suite géométrique
- 2) Exprimer V_n en fonction de n et a . En déduire U_n .
- 3) Étudier suivant les valeurs de a la limite de la suite (V_n)

Exercice N° 6 :

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_n = \frac{3^n - 4^n}{3^n + 4^n}$. Calculer la somme $S_n = \frac{1}{U_1 - 1} + \frac{1}{U_2 - 1} + \dots + \frac{1}{U_n - 1}$

Exercice N° 7 :

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{4U_n + 3}{U_n + 6}$

- 1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $-3 < U_n < 1$
- 2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n > 0$
- 3) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$

- a/ Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.
- b/ Exprimer V_n en fonction de n et en déduire U_n en fonction de n