

EXERCICEN°1

Dans le plan orienté, on considère un triangle AIC isocèle rectangle en C tel que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CI}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $AI=4\text{cm}$ soit B le symétrique de A par rapport à I et H le projeté orthogonale de B sur (AC)

- 1-
 - a) Calculer $\overrightarrow{IAIB}$ et $\overrightarrow{CACB}$
 - b) Calculer CI et CB
 - c) Montrer que $\cos(\angle BCI) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 2- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan suivants
 - a) $E = \{M \text{ appartient à P tel que } \overrightarrow{MAMC} = 0\}$
 - b) $F = \{M \text{ appartient à P tel que } MA^2 + 3MB^2 = 64\}$
- 3- Le plan est muni du repère $(C, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CI})$
 - a) Calculer les coordonnées du point B
 - b) Déterminer une équation cartésienne de la droite de la droite (BC)
 - c) En déduire la distance du point I à la droite (BC)

EXERCICEN°3

Dans le plan orienté, on considère un triangle AIC isocèle et rectangle en C telles que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CI}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $AI=4$ soit $B=S_I(A)$

- 1- a) Montrer que $CT=2\sqrt{2}$
- b) Calculer CB
- c) Montrer que $\cos(\angle BCI) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 2- Soit E l'ensemble des points M du plan tels que: $MA^2 - 4MB^2 = 64$ et soit g le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,-4)

a) Montrer que pour tout M du plan on a: $MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + GA^2 - 4GB^2$

b) En déduire l'ensemble des points E

EXERCICEN°4

Soit un triangle Abc équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ et $AB=2$

- 1- Soit $D = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2\}$
 - a) Montrer que A appartient à D
 - b) Déterminer et construire D
- 2- Déterminer l'ensemble E des points M du plan $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
- 3- Soit $E_k = \{M \in P \text{ tel que } MA^2 + MB^2 = k, k \in \mathbb{R}\}$
Déterminer suivant les valeurs de k l'ensemble E_k

EXERCICEN°5

On considère dans le plan deux points A et B tel que $AB=2$ et $I=A*B$

- 1- Montrer que l'ensemble des points M du plan tel que : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ est la médiatrice du segment [AB]
- 2- Déterminer et construire l'ensemble suivant

$$E = \{M, M \in P \text{ tel que: } 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB}\}$$

$$F = \{M, M \in P \text{ tel que: } 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} - MB^2 = 0\}$$

$$G = \{M, M \in P \text{ tel que: } 2MA^2 - MB^2 = 8\}$$

EXERCICEN°6

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1- Soit D_α : d'équation cartésienne, $D_\alpha: x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha - 6 \cos^2 \alpha = 0; \alpha \in [0, \pi]$

Calculer α pour que le cercle de centre I(3,4) et de rayon 1 soit tangent à D_α

2- On considère les deux droites $D: x-2y+3=0$,

$D': x+2y+6=0$ et le point A (2, m) ; m un réel

- Déterminer m pour que $d(A, D) = d(A, D')$
- Déterminer l'ensemble des points M(x, y) du plan pour que $d(M, D) = d(M, D')$

EXERCICEN°7

Pour tout réel m On considère l'ensemble:

$$E_m = \{M(x, y) \text{ tel que: } x^2 + y^2 + 2mx - 2(m-2)y + 4 = 0\}$$

- Pour quelles valeurs du réel m E_m est un cercle
- Existe t-il des cercles E_m tangent à la droite $D: y=x+1$
- Existe t-il des tangentes à E_1 issues du point W (1,3)

EXERCICEN°8

ABC étant un triangle quelconque du plan. On pose $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$ et $2p=a+b+c$

$$1- \text{ Montrer que } \sin^2 \frac{A}{2} = \frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{b^2c^2}$$

2- Montrer que l'aire S du triangle ABC est donnée par:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

EXERCICEN°9

A, B et C trois points non alignés du plan

Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}[AB^2 + AC^2 - BC^2]$

EXERCICEN°10

Dans le plan orienté. on considère un carré ABCD de centre O et de côté a tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$. On marque les points E et F respectivement sur les cotés [AB] et [AD] tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ et

$$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD}. \text{ On désigne par } I = A * B \text{ et } J = A * D$$

1- a) Montrer que $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AF}$

b) En déduire que: $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont orthogonaux

2- Montrer que : $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{CE} = a^2$; en déduire les valeurs de $\cos(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF})$

3- a) Montrer que : $2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$ et que: $\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{FD} = \vec{0}$

b) En déduire que pour tout M du plan on a:

$$*) \quad 2MA^2 + MB^2 = 3ME^2 + \frac{2}{3}a^2$$

$$*) \quad MA^2 + 2MD^2 = 3MF^2 + \frac{2}{3}a^2$$

c) Montrer que l'ensemble ! des points M du plan tels que

$$MA^2 + MB^2 = 2MD^2 \text{ est la médiatrice de } [EF]$$

4- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que

$$(MA^2 + MC^2) + (MB^2 + MD^2) = 6a^2$$

EXERCICEN°11

1- On considère deux points A et B du plan tel que $AB=2$ et $I = A * B$

a) Montrer que l'ensemble des points du plan tels que $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ est la médiatrice de [AB]

- b) Montrer que l'ensemble des points M du plan tels que $(MA^2 + MB^2) = \frac{42}{5}$ est le cercle C de centre I et de rayon que l'on précisera

2- Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et les points A et B sont de coordonnées A (1,-1) et B (1,3) et J(0,1)

- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AJ}$ et en déduire $\cos(\angle BAJ)$
- Déterminer l'ensemble $\mathcal{L}$ des points M(x, y) du plan tel que $\overrightarrow{JM} \cdot \vec{i} = 0$
- Soit la droite D: $x-2y+5=0$; Calculer d(I, D), en déduire que C et D sont tangents
- Soit D': $x+2y+1=0$ vérifier que D' est tangent à C et préciser le point de contact
- Montrer que l'ensemble des points M(x, y) tel que $d(M, D) = d(M, D')$ est la réunion des droites $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}'$

3- Construire C, D, D', $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}'$