

Exercice N°1 :

On considère l'ensemble E des nombres à 4 chiffres écrits avec : 1, 2, 3, 4. Un même chiffre peut être répété plusieurs fois.

- 1) Quel est le nombre d'éléments de E ?
- 2) Soit A l'ensemble des éléments de E écrits avec 2 chiffres distincts, l'un d'eux étant répété 3 fois. Quel est le nombre d'éléments de A ?
- 3) B : l'ensemble des éléments de E écrits avec 2 chiffres distincts répété chacun deux fois. Quel est le nombre d'éléments de B ?
- 4) C : l'ensemble des éléments de E écrits avec 3 chiffres distincts. Quel est le nombre d'éléments de C ?

Exercice N°2 :

On veut constituer un bureau comprenant 3 femmes choisies parmi 12 et 4 hommes choisis parmi 7.

Si M^{me} X et M^r Y ne veulent pas appartenir à un même bureau, combien de bureaux différents peut-on former ?

Exercice N°3 :

- 1) a/ Montrer que : $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_{n-1}^p + C_{n-2}^p + \dots + C_p^p$ ($p \leq n$)
 b/ En déduire la valeur de $S = 1.2.3 + 2.3.4 + \dots + (n-2)(n-1)n$
- 2) Démontrer que $\forall p \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq p+2$: $C_n^p = C_{n-2}^p + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2}$
- 3) a/ Démontrer que pour tout $(n, p) \in \mathbb{N}^2$ avec $1 \leq p \leq n+1$ on a : $p C_{n+1}^p = (n+1) C_n^{p-1}$
 b/ Déduire la somme $S = \sum_{k=0}^n \frac{1}{1+k} C_n^k$

Exercice N°4 :

- 1) Déterminer le nombre de mots de quatre lettres distinctes que l'on peut former avec les lettres du mot **CONFLIT**
- 2) Combien de ces mots contiennent seulement des consonnes ?
- 3) Combien de ces mots commencent et se terminent par une consonne ?
- 4) Combien de ces mots commencent par une voyelle ?
- 5) Combien contiennent la lettre T ?
- 6) Combien commencent par F et finissent par une voyelle ?
- 7) Combien commencent par F et contiennent la lettre N ?
- 8) Combien contiennent toutes les voyelles ?

Exercice N°5 :

Une urne contient 12 boules : 5 blanches, 4 noires, 3 vertes.

On tire successivement et avec remise 3 boules de l'urne.

- 1) Quel est le nombre de possibilités d'avoir au moins une boule noire ?
- 2) Quel est le nombre de possibilités d'avoir exactement deux couleurs ?
- 3) Quel est le nombre de possibilités d'avoir :
 a/ La 1^{ère} boule tirée est blanche
 b/ La 2^{ème} boule tirée est noire
 c/ La 3^{ème} boule tirée est verte
 d/ La 1^{ère} boule blanche obtenue est la 2^{ème} boule tirée

Exercice N°6 :

La même urne que celle de l'exercice 5. On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne. Déterminer le nombre de possibilités d'avoir :

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) Exactement 2 boules blanches. | 6) Exactement deux couleurs |
| 2) Au moins une boule noire. | 7) La 1 ^{ère} boule tirée est blanche. |
| 3) Au plus une boule blanche. | 8) La 2 ^{ème} boule tirée est noire. |
| 4) Une seule couleur. | 9) La 3 ^{ème} boule tirée est verte. |
| 5) Les trois couleurs. | 10) La 1 ^{ère} boule blanche obtenue est la 2 ^{ème} boule tirée |

Exercice N°7 : (DC3 97/98)

Une urne contient 12 boules blanches et 8 boules noires.

- 1) On tire simultanément 5 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant :
 - a/ Trois boules blanches et deux noires.
 - b/ Des boules de couleurs différentes.
- 2) On tire successivement et avec remise 5 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant :
 - a/ Trois boules blanches et deux noires dans cet ordre.
 - b/ Trois boules blanches et deux noires dans un ordre quelconque.
- 3) Répondre aux mêmes questions avec un tirage successif et sans remise.

Exercice N°8 :

Déterminer le nombre d'entiers naturels dans chaque cas :

- 1) Les entiers à 5 chiffres.
- 2) Les entiers à 5 chiffres comprenant le chiffre 0.
- 3) Les entiers à 4 chiffres distincts.
- 4) Les entiers à 4 chiffres où 0 apparaît exactement 2 fois.
- 5) Les entiers à 4 chiffres où deux chiffres seulement sont utilisés, chacun étant répété deux fois (deux cas)
- 6) a/ Dénombrer les entiers non nuls écrits avec p chiffres avec $p \leq 46$.
b/ Montrer que plus 99% de ces entiers comportent le chiffre 0.

Exercice N°9 :

Une urne contient n boules noires numérotées de 1 à n et n boules blanches numérotées de 1 à n. On tire simultanément n boules de l'urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages distincts ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages comprenant p boules noires $0 \leq p \leq n$?
- 3) Dédurre de ce qui précède une écriture plus simple de la somme : $\binom{C_n^0}{n}^2 + \binom{C_n^1}{n}^2 + \binom{C_n^2}{n}^2 + \dots + \binom{C_n^n}{n}^2$

Exercice N°10 :

Calculer la valeur du quotient $\frac{C_n^1 \times C_{2n}^2}{C_{3n}^3}$, puis trouver sa limite lorsque n tend vers l'infini.

Exercice N°11 :

- 1) Développer $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^4$; $\left(2x + \frac{1}{y}\right)^4$
- 2) Donner le terme indépendant de x dans le développement de $\left(\frac{2}{x^2} - \frac{x}{2}\right)^9$
- 3) Trouver le coefficient de x^5 dans le développement de $(2+x)^7$; $(x-1)^8$; $\left(2 + \frac{x}{2}\right)^9$

Exercice N°12 :

En dérivant $(1+x)^n$. Montrer que $C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + n C_n^n = n 2^{n-1}$

Exercice N°13 :

Dans un plan, on donne n droites deux à deux sécantes et telles que trois quelconque d'entre elles ne soient pas concourantes.

- 1) Quel est le nombre de points d'intersection ?
- 2) Quel est le nombre de triangles déterminés par les n droites ?
- 3) Pour quelle valeur de n le nombre de points d'intersection est-il égal au nombre de triangle ?

Exercice N°14 :

- 1) Dans un plan, on considère n points distincts ($n \geq 3$), trois quelconque d'entre eux n'étant pas alignés.
 - a/ Combien ces points déterminent-ils de droites ?
 - b/ Combien existe-t-il de triangles ayant leurs trois sommets en ces points ?
 - 2) Déterminer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets ?
-