

Exercice N°1 :

Dans le plan P orienté, on considère trois points O, A et A' non alignés. Soient $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ deux cercles de centres respectifs I et I', sécants en deux points M et N avec $\mathcal{C}$ tangent à (OA) en A et $\mathcal{C}'$ tangent à (OA') en A'. Soit (Mt) la tangente à $\mathcal{C}$ en M et (Mt') la tangente à $\mathcal{C}'$ en M.

- 1) a/ Comparer $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{Mt})$ et $(\overrightarrow{NA}; \overrightarrow{NM})$
 b/ En déduire que $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MA'}) \equiv (\overrightarrow{Mt}; \overrightarrow{Mt'}) + (\overrightarrow{NA}; \overrightarrow{NA'}) [\pi]$
- 2) a/ Comparer $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MN})$ et $(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AN})$
 b/ En déduire que $2(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MA'}) \equiv (\overrightarrow{Mt}; \overrightarrow{Mt'}) + (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OA'}) [\pi]$

Exercice N°2 :

Deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ de centres respectifs A et B sont sécants en I et J. Par I, on mène une droite Δ variable qui recoupe $\mathcal{C}$ en M et $\mathcal{C}'$ en N. (AM) et (BN) se coupent en un point P. On désigne par M' le point diamétralement opposé à M sur $\mathcal{C}$ et par N' celui diamétralement opposé à N sur $\mathcal{C}'$.

- 1) Montrer que $(\overrightarrow{JM}; \overrightarrow{JN}) \equiv (\overrightarrow{JA}; \overrightarrow{JB}) [\pi]$
- 2) Prouver que I, M', et N' sont alignés
- 3) Montrer que $P \in \mathcal{C}_1(ABJ)$

Exercice N°3 :

Soient A, B et C trois points non alignés du plan ; A', B' et C' trois points des droites (BC), (AC) et (AB) respectivement.

Montrer que les cercles $\mathcal{C}_{A'CB'}$, $\mathcal{C}'_{B'AC'}$ et $\mathcal{C}''_{C'BA'}$ passent par un même point.

Exercice N°4 :

$\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ deux cercles de centres respectifs O et O' et sécants en A et B. Par un point M de $\mathcal{C}$, on mène deux sécantes (MA) et (MB) qui recoupent $\mathcal{C}'$ en M' et M''. (OM) recoupe $\mathcal{C}$ en M₁ et coupe (M'M'') en H.

- 1) Démontrer que les points M₁, A, M' et H sont sur un même cercle.
- 2) Déduire que $(OM) \perp (M'M'')$
- 3) Démontrer que $(\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{BM'})$ est constante

Exercice N°5 :

On considère deux cercles Γ et Γ' de centres respectifs O et O' tangents extérieurement en un point M et un triangle ABC tel que la droite (AB) soit tangente à Γ en B et la droite (AC) tangente à Γ' en C. Soit (Mt) la tangente commune à Γ et Γ' en leur point de contact M.

- 1) Comparer $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BM})$ et $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OM})$ et en déduire que $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BM}) \equiv (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MT}) [\pi]$
- 2) Montrer de même que $(\overrightarrow{MT}; \overrightarrow{MC}) \equiv (\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{CA}) [\pi]$
- 3) Déduire que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv 2(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC}) [\pi]$
- 4) On suppose que A, B et C sont fixes et que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$
 a/ Montrer que $(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC}) \equiv \frac{\pi}{6} [\frac{\pi}{2}]$

b/ En admettant que pour tous réels α et β on a $(\alpha \equiv \beta [\frac{\pi}{2}]) \Leftrightarrow (\alpha \equiv \beta [\pi] \text{ ou } \alpha \equiv \beta + \frac{\pi}{2} [\pi])$, déduire l'ensemble E des points M, lorsque Γ et Γ' varient, est inclus dans la réunion de deux cercles que l'on précisera.

