

DEVOIR DE SYNTHESE N ° 2

Exercice 1 : (4 points)

La courbe C à côté est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$

La droite $D: y = x + 1$ est une asymptote à C

La droite T est la tangente à C au point d'abscisse -1

Cocher la bonne réponse :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 1) =$

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} =$

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

6) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

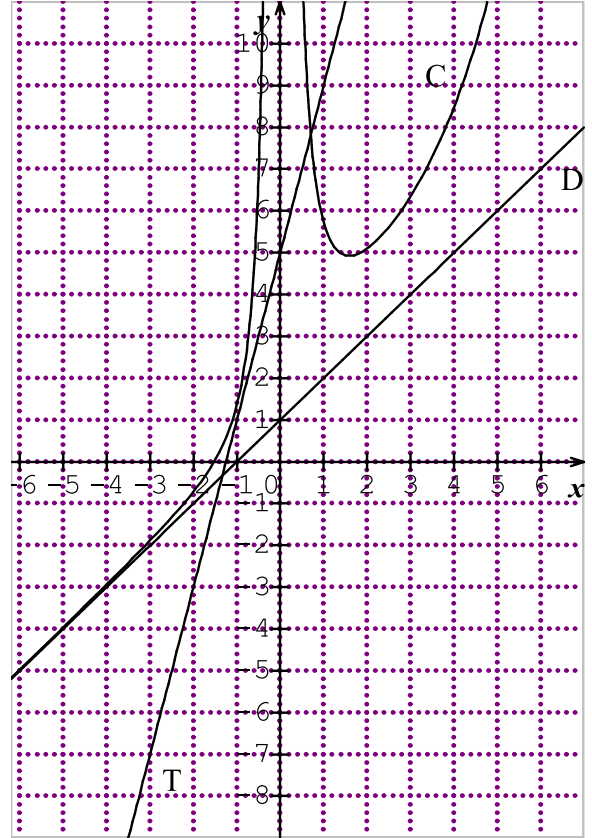
- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

7) $f(-1) =$

- a) -1 b) 0 c) 1

8) $f'(-1) =$

- a) -4 b) 0 c) 4

**Exercice 2 : (3 points)**

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + \frac{1}{2}$

1) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq 2$

2) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n + 2$

Exercice 3 : (5 points)

1) Une urne contient 10 boules : 5 rouges, 3 noires et 2 blanches

On tire simultanément 2 boules de l'urne

a) Déterminer le nombre de tirages possibles

b) Déterminer le nombre de tirages comprenant 2 boules de même couleur

c) Déterminer le nombre de tirages comprenant au moins une boule blanche

2) On place les 10 boules dans 2 urnes A et B.

A contient les 2 boules blanches et 2 boules noires

B contient les 5 boules rouges et 1 boule noire

On tire une boule de chaque urne

a) Déterminer le nombre de tirages

b) Déterminer le nombre de tirages comprenant 1 boule blanche et 1 boule rouge



Exercice 4 : (8 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-2x^3 + 2x + 3}{x^2 - 1}$

On note C la courbe de f dans un repère orthonormé

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f

2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et interpréter graphiquement les résultats obtenus

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

4) a) Montrer que $f(x) = -2x + \frac{3}{x^2 - 1}$ pour tout $x \in D_f$

b) Montrer que la droite $D : y = -2x$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$

5) a) Montrer que f est dérivable en 0 et préciser $f'(0)$

a) Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0

6) Reconnaître la courbe de f parmi les courbes suivantes, **Justifier** :

