

Angles particuliers 1

utilisation de la calculatrice 1

d'après Caen juin 1992 2

aire d'un triangle 2

aire d'un parallélogramme 2

aire et périmètre d'un trapèze 3

deux triangles rectangles 4

VOILIER 5

l'échelle 5

PENTAGONE 6

Angles particuliers

.Compléter le tableau suivant avec les valeurs exactes sous la forme $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ou sous la forme d'une fraction. Pour réaliser les calculs, on utilisera les propriétés d'un triangle équilatéral ABC de hauteur AH, puis d'un triangle DEF rectangle isocèle en D. Pour contrôler plus facilement les résultats sur la figure on pourra choisir $AB=EF=1\text{dm}$.

Angle	30°	45°	60°
sinus			
cosinus			
tangente			

utilisation de la calculatrice

III A la calculatrice, indiquer une valeur arrondie à 0,01 près de $\sin 38^\circ$

Déterminer à 0,01° près l'angle dont le cosinus est 0,48;

CORRIGE

III $\sin 38^\circ \approx 0,62$

$0,48 \approx \cos 61,31^\circ$

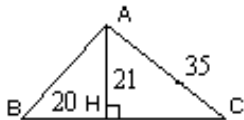
Le triangle ABC a pour hauteur AH; $AB = 29$ $AC = 35$ $CH = 28$.

Déterminer simplement à la calculatrice une valeur approchée arrondie à 0,01° près des angles $\hat{A}CB$ et $\hat{ABC}$ (Expliquer).



Le triangle ABC a pour hauteur AH; $BH = 20$ $AH = 21$ $AC = 35$.

Déterminer simplement à la calculatrice une valeur approchée arrondie à 0,01° près des angles $\hat{A}CB$ et $\hat{ABC}$ (Expliquer).



CORRIGE

Le triangle ABH est rectangle en H, par définition:

$$\tan \hat{ABH} = \frac{AH}{BH} = \frac{21}{20}$$

$$\hat{ABC} \approx 46,40^\circ$$

$$\sin \hat{ACH} = \frac{AH}{AC} = \frac{21}{35}$$

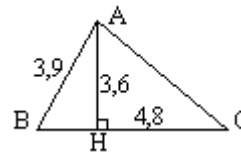
$$\hat{ACB} \approx 36,87^\circ$$

IV ABC est un triangle de hauteur AH, le point H est sur le segment [BC].
 $AH = 3,6\text{cm}$ $CH = 4,8\text{cm}$ $AB = 3,9\text{cm}$.

Déterminer simplement à la calculatrice une valeur approchée arrondie à (Expliquer).

CORRIGE

IV Le triangle ACH est rectangle en H, par définition:



0,01° près des angles $\hat{ACB}$ et $\hat{ABC}$

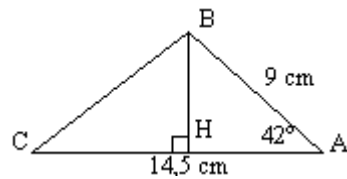
$$\tan \hat{ACB} = \frac{AH}{CH} = \frac{3,6}{4,8}$$

$$\hat{ACB} \approx 36,87^\circ$$

$$\sin \hat{ABC} = \frac{AH}{AB} = \frac{3,6}{3,9}$$

$$\hat{ABC} \approx 67,38^\circ$$

d'après Caen juin 1992



III

On désire connaître l'aire d'un triangle ABC

L'angle $\hat{BAC}$ a pour mesure 42° . $AB=9\text{ cm}$ et $AC=14,5\text{ cm}$.

1° Dessiner le triangle ABC

Soit H le pied de la hauteur issue du sommet B.

Déterminer BH (On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-3} près).

2° Calculer l'aire du triangle en cm^2 puis en donner une valeur approchée à 1 cm^2 près.

CORRIGE

III

1° Le triangle ABH est rectangle en H, par définition:

$$\sin \hat{BAH} = \frac{BH}{AB}$$

$$\sin 42^\circ = \frac{BH}{9}$$

$$BH = 9 \sin 42^\circ \approx 6,022\text{ m}$$

(à $10^{-3}=0,001$ près signifie que l'on arrondit BH au troisième chiffre après la virgule)

2°

$$\text{aire}_{ABC} = \frac{BH \times AC}{2}$$

$$= \frac{9 \sin 42^\circ \times 14,5}{2} \approx 44\text{ cm}^2$$

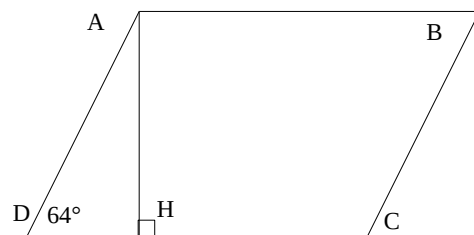
aire d'un triangle

Construire le triangle ABC tel que : $\hat{BAC} = 67^\circ$ $AB = 6\text{ cm}$ et $AC = 10\text{ cm}$. Tracer la hauteur BH de ce triangle. Calculer la longueur BH et l'aire du triangle ABC.

aire d'un parallélogramme

repris en 4°

VI



1° Construire le parallélogramme ABCD tel que: $AD = 7\text{cm}$ $DC = 9\text{cm}$ $\hat{ADC} = 64^\circ$

2° Tracer la hauteur AH perpendiculaire au côté DC, calculer la longueur AH et l'aire du parallélogramme ABCD (Indiquer la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près).

CORRIGE

1° *Faire d'abord un croquis légendé du parallélogramme.*

2° Le triangle AHD est rectangle en H

$$AH = AD \times \sin \hat{ADH} = 7 \times \sin 64^\circ \approx 6,29 \text{ cm}$$

$$\text{Aire}_{ABCD} = DC \times AH = 9 \times 7 \sin 64^\circ \approx 56,62 \text{ cm}^2$$

aire et périmètre d'un trapèze

ABCD est un trapèze rectangle, le côté AB est perpendiculaire aux bases BC et AD.

AB = 7 cm, $\hat{ABD} = 60^\circ$, BC = CD, le point H est le pied de la perpendiculaire abaissée de C sur la droite (BD).

1° Construire la figure.

2° Calculer AD, BD, BH puis BC.

Donner une valeur exacte du périmètre de ABCD, puis une valeur approchée à 0,01 cm près.

3° Calculer l'aire du trapèze rectangle ABCD, puis donner une valeur approchée à 0,01 cm² près.

CORRIGE

2° ABD est rectangle en A :

$$\tan \hat{ABD} = \frac{AD}{AB}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AD}{7}$$

$$AD = 7 \tan 60^\circ$$

$\hat{ABD} = 60^\circ$ donc le triangle ABD est un demi triangle équilatéral :

$$BD = 2AB$$

$$BD = 2 \times 7 = 14 \text{ cm}$$

BC = CD donc le triangle BCD est isocèle en C, sa hauteur (CH) est également médiane donc H est le milieu de [BD] :

$$BH = \frac{1}{2} BD$$

$$BH = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ cm}$$

$\hat{ABC}$ est droit, donc les angles $\hat{ABH}$ et $\hat{HBC}$ sont adjacents complémentaires :

$$\hat{HBC} = 90^\circ - \hat{ABH}$$

$$\hat{HBC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Le triangle BCH est rectangle en H :

$$\cos \hat{HCB} = \frac{BH}{BC}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{7}{BC}$$

$$BC \cos 30^\circ = 7$$

$$BC = \frac{7}{\cos 30^\circ} = CD$$

Périmètre de ABCD :

$$AB + BC + CD + AD =$$

$$7 + \frac{7}{\cos 30^\circ} + \frac{7}{\cos 30^\circ} + 7 \tan 60^\circ =$$

$$7 \left(1 + \frac{2}{\cos 30^\circ} + \tan 60^\circ \right) \approx 35,29 \text{ cm}$$

3° Aire du trapèze rectangle ABCD :

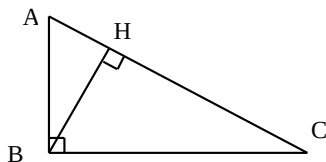
$$\frac{(BC + AD) \times AB}{2} =$$

$$\frac{\left(\frac{7}{\cos 30^\circ} + 7 \tan 60^\circ\right) \times 7}{2} =$$

$$\frac{49}{2} \times \left(\frac{1}{\cos 30^\circ} + \tan 60^\circ\right) \approx 70,73 \text{ cm}^2$$

Le triangle ABC est rectangle en B.

Le segment [BH] est la hauteur du triangle issue de A, le point H est sur le côté AC.



1) Démontrer que $\widehat{ABH} = \widehat{BCH}$.

2) Exprimer $\tan \widehat{ABH}$ en utilisant les longueurs des côtés du triangle ABH.

Exprimer $\tan \widehat{BCH}$ en utilisant les longueurs des côtés du triangle CBH.

3) Démontrer que $BH^2 = AH \times CH$.

CORRIGE

1) Dans le triangle rectangle en B ABC, les angles aigus $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$ sont complémentaires.

De même (triangle rectangle en H ABH) $\widehat{ABH}$ et $\widehat{BAC}$ sont complémentaires. Donc $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABH}$ sont complémentaires du même angle $\widehat{BAC}$, donc $\widehat{ABH} = \widehat{BCH}$.

2)

$$\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH} \quad \left| \quad \tan \widehat{BCH} = \frac{BH}{HC} \right.$$

3) $\widehat{ABH} = \widehat{BCH}$ donc

$$\tan \widehat{ABH} = \tan \widehat{BCH}$$

$$\frac{AH}{BH} = \frac{BH}{HC}$$

$$BH^2 = AH \times CH.$$

deux triangles rectangles

Utiliser les connaissances de troisième (sinus, cosinus, tangente) de préférence, utiliser les valeurs exactes.

On indiquera pour les longueurs et aires demandées, la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près (unités le cm et le cm^2).

1°

Dessiner le triangle ABC rectangle en B tel que $AC = 10 \text{ cm}$ et $\widehat{CAB} = 38^\circ$.

Calculer AB et CB et l'aire du triangle ABC.

2°

Sur la même figure, de l'autre côté de la droite AC par rapport au point B, dessiner le triangle ACD rectangle en A et tel que $\widehat{DCA} = 27^\circ$.

Calculer CD et AD et l'aire du triangle ACD.

3°

Donner une valeur approchée à 0,01 près du périmètre du polygone ABCD et de l'aire de la figure.

CORRIGE

Indiquer le raisonnement, écrire les relations en lettres, puis remplacer par les valeurs connues et indiquer la valeur exacte du résultat (où figure $\cos$, $\sin$ ou $\tan$). Éviter d'utiliser une valeur approchée pour calculer une autre valeur.

1° Le triangle ABC est rectangle en B donc:

$$AB = AC \cos \widehat{BAC}$$

$$AB = 10 \cos 38^\circ \approx 7,88 \text{ cm}$$

$$CB = AC \sin \widehat{BAC}$$

$$CB = 10\sin 38^\circ \approx 6,16 \text{ cm}$$

$$\text{aire ABC} = \frac{AB \times BC}{2}$$

$$\text{aire ABC} = \frac{10\cos 38^\circ \times 10\sin 38^\circ}{2}$$

$$\text{aire ABC} = 50\cos 38^\circ \times \sin 38^\circ \approx 24,26 \text{ cm}^2 \quad \text{aire ABC} \approx 24,26 \text{ cm}^2$$

2° Le triangle ACD est rectangle en A donc:

$$AC = CD \cos \hat{A}CD$$

$$10 = CD \cos 27^\circ$$

$$CD = \frac{10}{\cos 27^\circ} \approx 11,22 \text{ cm}$$

$$AD = AC \tan \hat{A}CD$$

$$AD = 10 \tan 27^\circ \approx 5,10 \text{ cm}$$

$$\text{aire ACD} = \frac{AC \times AD}{2}$$

$$= \frac{10 \times \tan 27^\circ}{2} = 50 \tan 27^\circ \approx 25,48 \text{ cm}^2$$

3° périmètre ABCD

$$= AB + BC + CD + AD$$

$$= 10\cos 38^\circ + 10\sin 38^\circ + \frac{10}{\cos 27^\circ} + 10 \tan 27^\circ$$

$$\approx 30,36 \text{ cm}$$

$$\text{aire ABCD} = \text{aire ABC} + \text{aire ACD} =$$

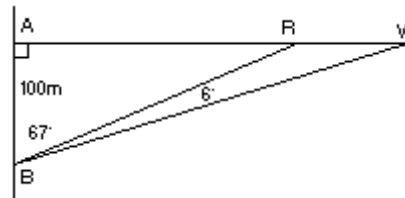
$$= 50\cos 38^\circ \times \sin 38^\circ + 50 \tan 27^\circ$$

$$\approx 49,73 \text{ cm}^2$$

VOILIER

Du point A on voit le rocher R et le voilier V perpendiculairement à la

Du point B, tel que $AB = 100\text{m}$, l'angle $\hat{A}BR$ mesure 67° et l'angle



côte AB.

$\hat{R}BV$ mesure 6° .

1° Calculer AR à 0,1m près.

2° Calculer AV puis la distance RV du voilier au rocher.

CORRIGE

1° Le triangle RAB est rectangle en A: $\tan \hat{R}BA = \frac{AR}{AB}$

$$\tan 67^\circ = \frac{AR}{100}$$

$$AR = 100 \tan 67^\circ \approx 235,6\text{m}$$

$$2^\circ \tan \hat{ABV} = \frac{AV}{AB}$$

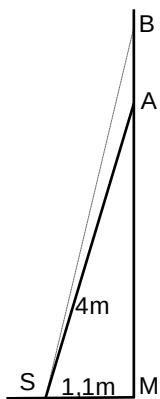
$$\tan(67^\circ + 6^\circ) = \frac{AV}{100}$$

$$AV = 100 \tan 73^\circ$$

$$RV = AV - AR =$$

$$= 100 \tan 73^\circ - 100 \tan 67^\circ \approx 91,5\text{m}$$

l'échelle



Une échelle SA de 4 m de longueur est appuyée sur un mur vertical. Le pied de cette échelle se trouve à la distance $SM = 1,1$ m du mur.

1° Calculer une valeur approchée à $0,01^\circ$ près de l'angle $\hat{A}SM$ que fait l'échelle avec le sol.

Calculer la hauteur AM atteinte.

2° Sans déplacer le pied S de l'échelle, on redresse cette échelle d'un angle $\hat{A}SB = 4^\circ$ et on la rallonge pour qu'elle s'appuie en B sur le mur.

Calculer une valeur approchée à 0,1 m près de la hauteur MB atteinte.

Calculer une valeur approchée de la longueur SB de cette échelle rallongée.

CORRIGE

1°

Le mur est vertical et le sol est horizontal, donc le triangle ASM est rectangle en M.

$$\cos \hat{A}SM = \frac{SM}{AM} = \frac{1,1}{4}$$

$$\hat{A}SM \approx 74,04^\circ$$

D'après l'énoncé de Pythagore:

$$AM^2 + SM^2 = AS^2$$

$$AM^2 + 1,1^2 = 4^2$$

$$AM^2 = 16 - 1,21 = 14,79$$

$$AM = \sqrt{14,79} \approx 3,846 \text{ m}$$

2°

$$\hat{B}SM = \hat{A}SB + \hat{A}SM$$

$$\hat{B}SM \approx 4 + 74,038 = 78,038^\circ$$

$\tan \hat{B}SM = \frac{BM}{SM}$	$\cos \hat{B}SM = \frac{SM}{SB}$
$\tan 78,038 \approx \frac{BM}{1,1}$	$\cos 78,04^\circ \approx \frac{1,1}{SB}$
$BM \approx 1,1 \tan 78,04^\circ$	$SB \approx \frac{1,1}{\cos 78,04^\circ}$
$BM \approx 5,2 \text{ m}$	$SB \approx 5,3 \text{ m}$

PENTAGONE

Exercice 2:

Dans un cercle de centre O et de rayon 10 cm, tracer cinq rayons formant des angles de 72° . Joindre les 5 points A, B, C, D et E sur le cercle, on obtient le pentagone régulier ABCDE.

La figure est constituée de 5 triangles isocèles:

$$OA = OB = OC = OD = OE$$

$$AB = BC = CD = DE = EA$$

On veut calculer le périmètre de ce pentagone.

On donne : $OA = 10 \text{ cm}$ et $\hat{A}OB = 72^\circ$

1. Dessiner la bissectrice de $\hat{A}OB$ Qui coupe [AB] en H.

Quelle est la mesure de l'angle $\hat{A}OH$?

Pourquoi?

2. (on donnera la valeur exacte puis une valeur arrondie au dixième le plus proche des résultats demandés):

a) Prouver que H est le milieu du côté [AB] et que le triangle OHA est rectangle en H.

b) Calculer AH, AB et le périmètre du triangle OAB.

- c) Calculer le périmètre p du polygone ABCDE.
 d) Calculer l'aire du triangle OAB puis l'aire du pentagone ABCDE.

CORRIGE

1 Dessin de la bissectrice.

La bissectrice d'un angle divise cet angle en deux angles égaux donc:

$$\widehat{AOH} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ.$$

2

a) (/1) $OA = OB = 10\text{cm}$: le triangle AOB est donc isocèle en O, la bissectrice OH issue du sommet principal O est également médiane et hauteur du triangle AOB; donc H est le milieu de [AB] et OHA est rectangle en H.

b) (/3) OHA est rectangle en H donc:

$$\frac{AH}{OA} = \sin \widehat{AOH}$$

$$AH = OA \sin \widehat{AOH}$$

$$AH = 10 \sin 36^\circ \approx 5,9\text{cm}.$$

H est le milieu de [AB] donc:

$$AB = 2 \times AH = 20 \sin 36^\circ \approx 11,8\text{cm}$$

Le périmètre de OAB est:

$$OA + OB + AB = 10 + 10 + 20 \sin 36^\circ$$

$$= 20 + 20 \sin 36^\circ \approx 31,8\text{cm}$$

$$\text{c) } (/1) p = 5AB = 100 \sin 36^\circ \approx 58,8\text{cm}$$

d) (/3) OHA est rectangle en H donc

$$OH = OA \cos \widehat{AOH}$$

$$OH = 10 \cos 36^\circ$$

Aire de OAB:

$$\frac{AB \times OH}{2} = \frac{20 \sin 36^\circ \times 10 \cos 36^\circ}{2} =$$

$$100 \sin 36^\circ \times \cos 36^\circ \approx 47,6\text{cm}^2$$

$$\text{Aire ABCDE} = 5 \times \text{aire OAB}$$

$$= 5 \times 100 \sin 36^\circ \times \cos 36^\circ$$

$$= 500 \cos 36^\circ \times \sin 36^\circ \approx 237,8\text{cm}^2.$$

Remarque: Attention le triangle BCD n'est pas rectangle!

$$\cos \widehat{BCD} = \frac{12}{15} \neq \frac{CD}{CB} = \frac{15}{12 + \frac{20}{3}} = \frac{45}{56}$$