

Module sur le chapitre de l'ordre

Module :

1. comparaisons

Comparer deux fractions dont le dénominateur est positif :

Si A et B sont deux écritures fractionnaires de même dénominateur, alors le plus grand est celui qui a le plus grand numérateur.

Si A et B sont deux écritures fractionnaires de même numérateur positif, le plus grand est celui qui a le plus petit dénominateur.

Sinon, il faut mettre ces deux fractions au même dénominateur.

Exemple : Comparer $\frac{8}{9}$ et $\frac{11}{12}$

Comparer deux radicaux :

Dans de nombreux cas (attention pas tous), pour comparer deux nombres comportant des radicaux, il peut être préférable de comparer leurs carrés.

Exemple : comparer $\sqrt{5} - 1$ et $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

Exercice : Comparer les deux nombres en expliquant la réponse :

a) $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{5}$

b) $\frac{8}{3}$ et $\frac{96}{36}$

c) $\sqrt{5}\sqrt{7}$ et 6

d) 8 et $3\sqrt{7}$

Etude du signe de la différence :

Exemple 1 : Soient x et y deux nombres réels. On se propose de comparer $(x + y)^2$ et $2xy$.

1. Dans chaque cas suivants, calculer $(x + y)^2$ et $2xy$, puis comparer ces deux nombres :

a) $x = 1$ et $y = 2$

b) $x = 4$ et $y = -6$

c) $x = -7$ et $y = -2$

d) $x = -10$ et $y = 5$

2. Emettre une conjecture sur la comparaison de $(x + y)^2$ et $2xy$.

3. Utiliser le signe de la différence pour démontrer cette conjecture.

Exemple 2 :

1. Soient a et b deux réels strictement positifs. Comparer les nombres $A = \frac{a + b}{2}$ et $B = \frac{2ab}{a + b}$

2. Soient a et b deux réels positifs. Comparer les nombres $A = a + b$ et $B = 2\sqrt{ab}$

Exemple 3 : Comparer $\sqrt{2} - 1$ et $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

Application des propriétés sur les inégalités

Exemple 1 : Soient a et b deux réels tels que $a < b$. Comparer -a et -b.

Exemple 2 : Si a et b sont strictement positifs tels que $a < b$, alors $a^2 < b^2$.

Cette propriété n'est pas vérifiée si les deux nombres ne sont pas positifs : contre-exemples :

a) si $a = -2$ et $b = 1$

b) si $a = -6$ et $b = -2$

Encadrement dans un problème de géométrie :

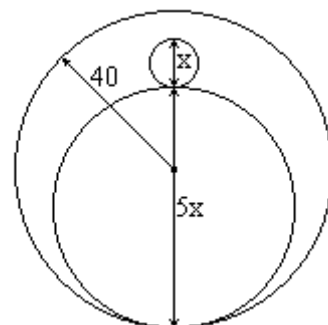
La figure représente un pièce métallique percée. La somme des périmètres des deux cercles intérieurs est entre 187 mm et 190 mm.

1. a) Exprimer la somme des périmètres $P(x)$ des deux cercles en fonction de x.

b) Exprimer l'aire $A(x)$ de la pièce métallique en fonction de x.

2. a) Déterminer un encadrement de x par deux décimaux d'ordre 1 (c'est à dire avec un chiffre après la virgule). Indication : utiliser le périmètre des deux cercles.

b) Encadrer l'aire par deux entiers.



Autres propriétés des valeurs absolues :

Soient x et y deux nombres réels.

Justifier les égalités $|xy| = |x| \times |y|$ et $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$.

On pourra pour cela discuter en fonction des signes de x et y .

Inégalité triangulaire :

Soient x et y deux réels, M et N les points d'abscisses x et $-y$ sur la droite numérique (O étant l'origine).

1. En utilisant l'expression de la distance à l'aide de la valeur absolue et l'inégalité triangulaire

$MN \leq MO + ON$, montrer que $|x + y| \leq |x| + |y|$.

2. Que signifie géométriquement l'égalité : $MN = MO + ON$?

En déduire que l'égalité $|x + y| = |x| + |y|$ n'a lieu que lorsque x et y sont de même signe.