

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées !

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante. Soyez propre et clair . Bonne chance ...

PROBABILITES

Ex 1 :

On lance au hasard un dé équilibré quatre fois de suite et on considère le nombre formé par les quatre numéros pris dans l'ordre de sortie.

Ω désigne l'ensemble des issues possibles.

Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : " Le nombre est 4211 "

B : " Le nombre est formé de quatre chiffres distincts "

C : " Le nombre est formé d'au moins deux chiffres identiques "

P : " Le nombre est pair "

E : " Le nombre est impair et est formé de quatre chiffres distincts "

F : " Le nombre est pair ou est formé d'au moins deux chiffres identiques " (on note I : " Le nombre est impair ")

Ex 2 :

On place au hasard trois chemises de couleurs bleue, blanche et rouge dans quatre tiroirs a, b, c et d .

1) Combien y-a-il de répartitions possibles ?

2) Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : " toutes les chemises sont dans le tiroir a "

M : " Toutes les chemises sont dans le même tiroir "

V : " Les tiroirs b et c sont vides "

V' : " Seuls les tiroirs b et c sont vides "

3) V désigne la variable aléatoire qui à une répartition associe le nombre de tiroirs vides.
Quelle est la loi de probabilité de V ?

4) En moyenne, combien de tiroirs restent vides lors d'un grand nombre de rangements ?

Correction

Ex 1 :

On lance au hasard un dé équilibré quatre fois de suite et on considère le nombre formé par les quatre numéros pris dans l'ordre de sortie.

Ω désigne l'ensemble des issues possibles.

$$\text{card } \Omega = 6^4 = 1296$$

Les 1296 issues sont équiprobables.

Calculer les probabilités des événements suivants :

A : " Le nombre est 4211 "

$$p(A) = \frac{1}{1296}$$

B : " Le nombre est formé de quatre chiffres distincts "

D'après le principe multiplicatif,

$$\text{card } B = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \quad (\text{on peut utiliser un schéma à cases})$$

$$p(B) = \text{Erreur !} = \text{Erreur !}$$

C : " Le nombre est formé d'au moins deux chiffres identiques "

$$C = \text{Erreur !}$$

$$p(C) = p(\text{Erreur !}) = 1 - p(B) = \text{Erreur !}$$

P : " Le nombre est pair "

D'après le principe multiplicatif,

$$\text{card } P = 6 \times 6 \times 6 \times 3 \text{ et } \dots \quad p(P) = \frac{1}{2}$$

E : " Le nombre est impair et est formé de quatre chiffres distincts "

D'après le principe multiplicatif,

$$\text{card } E = 3 \times 5 \times 4 \times 3 \text{ et } p(E) = \frac{5}{36}$$

F : " Le nombre est pair ou est formé d'au moins deux chiffres identiques " (on note I : " Le nombre est impair ")

$$F = D \cup C = \text{Erreur !} \cup \text{Erreur !} = \text{Erreur !} = \text{Erreur !}$$

$$\text{Ainsi, } p(F) = p(\text{Erreur !}) = 1 - p(E) = \text{Erreur !}$$

Ex 2 :

On place au hasard trois chemises de couleurs bleue, blanche et rouge dans quatre tiroirs a, b, c et d .

1) Combien y-a-il de répartitions possibles ?

chemise 1	chemise 2	chemise 3

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
4 4 4

L'univers est constitué de 4^3 issues.

2) Calculer les probabilités des événements suivants :

A : " toutes les chemises sont dans le tiroir a "

M : " Toutes les chemises sont dans le même tiroir "

V : " Les tiroirs b et c sont vides "

V' : " Seuls les tiroirs b et c sont vides "

Les chemises sont placées au hasard, les 64 issues sont donc équiprobables.

$$p(A) = \frac{1}{64}$$

$$p(M) = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$$

$$p(V) = \frac{2^3}{64} = \frac{1}{8}$$

$$p(V') = \frac{2^3 - 2}{64} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

3) V désigne la variable aléatoire qui à une répartition associe le nombre de tiroirs vides.

Quelle est la loi de probabilité de V ?

- " V = 3 " signifie que " toutes les chemises sont dans le même tiroir "

$$p(V = 3) = p(M) = \frac{1}{16}$$

- " V = 2 " signifie que "deux tiroirs exactement sont vides".

Il y a six façons de choisir les deux tiroirs vides et pour chacune d'elles, il y a six façons de répartir les trois chemises dans les deux autres.

$$p(V = 2) = \text{Erreur !} = \text{Erreur !}$$

- " V = 1 " signifie "qu'un seul tiroir est vide"

Il y a quatre façons de choisir le tiroir vide et pour chacune d'elles, six façons de répartir les trois chemises dans les trois autres tiroirs..

$$p(V = 1) = \text{Erreur !} = \text{Erreur !}$$

4) En moyenne, combien de tiroirs restent vides lors d'un grand nombre de rangements ?

$$E(V) = \frac{27}{16} \approx 1,69$$