

I Généralités.

1. définition

Soient a et b deux réels.

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est une **fonction affine**.

exemple :

$f : x \longrightarrow -3x + 1$ est une fonction affine où $a = -3$ et $b = 1$.

schéma pour passer de x à f(x)

$f : x \xrightarrow{\Delta(-3)} -3x \xrightarrow{+1} -3x + 1 = f(x)$

cas particuliers :

. cas où $b = 0$.

la fonction $x \longrightarrow ax$ est une **fonction linéaire** de coefficient de proportionnalité a.

. cas où $a = 0$.

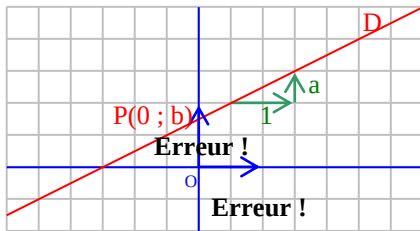
la fonction $x \longrightarrow b$ est une **fonction constante**.

2. représentation graphique.

Dans un repère, la représentation graphique de la fonction affine $f : x \longrightarrow ax + b$ est la droite D de **coefficient directeur** a et passant pas le point P(0 ; b)

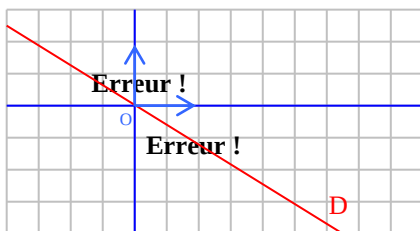
b est **l'ordonnée à l'origine**.

$y = ax + b$ est **l'équation réduite** de D.



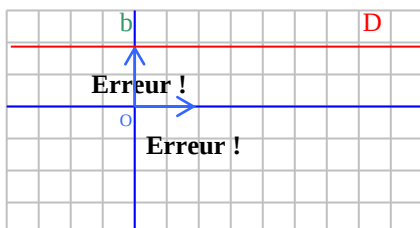
cas particuliers.

Dans le cas d'une fonction linéaire $x \longrightarrow ax$, la droite d'équation $y = ax$ passe par l'origine O du repère.



L'image est proportionnelle à la variable.

Dans le cas d'une fonction constante $x \longrightarrow b$, la droite D d'équation $y = b$ est parallèle à l'axe des abscisses.

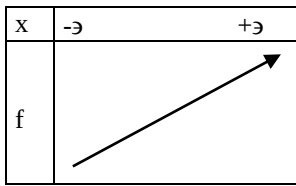


L'image est toujours égale à b

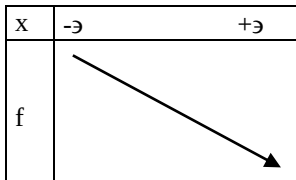
II sens de variation.

Théorème : soient a et b deux réels. Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{J}$ par $f(x) = ax + b$.

si $a > 0$ alors f est croissante sur $\mathbb{J}$.



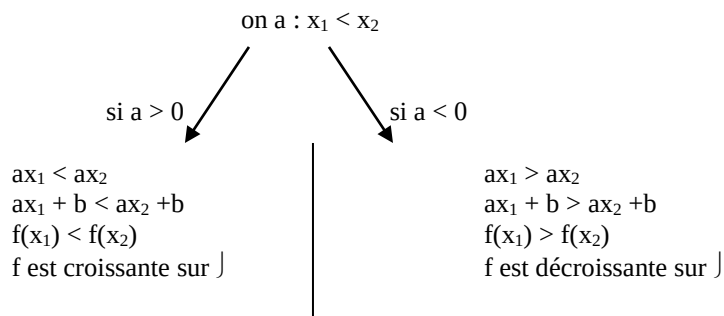
si $a < 0$ alors f est décroissante sur $\mathbb{J}$.



si $a = 0$ alors f est constante sur $\mathbb{J}$.

Démonstration :

Quelques soient deux réels x_1 et x_2 tels que $x_1 < x_2$.



si $a = 0$ alors $f(x_1) = b = f(x_2)$ et donc f est constante.

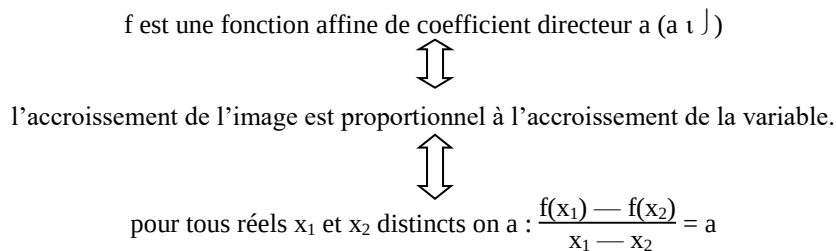
exemples :

$f : x \mapsto \frac{2}{3}x - 1$ est croissante sur $\mathbb{J}$ car le coefficient directeur vaut $\frac{2}{3} > 0$.

$g : x \mapsto 2 - 3x$ est décroissante sur $\mathbb{J}$ car le coefficient directeur vaut $-3 < 0$.

III caractérisation.

Théorème :



remarque : ce théorème permet de retrouver la forme d'une fonction affine connaissant deux points et leurs images.

exemple : f est une fonction affine telle que : $f(2) = 1$ et $f(5) = -4$.
 déterminer f.
 f est de la forme $ax + b$.

$$a = \frac{f(2) - f(5)}{2 - 5} = \frac{1 - (-4)}{2 - 5} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$$

$$f(x) = -\frac{5}{3}x + b \quad f(2) = -\frac{5}{3} \cdot 2 + b = 1$$

$$b = 1 + \frac{10}{3} \quad b = \frac{13}{3}$$

$$\text{finalement, } f : x \longrightarrow -\frac{5}{3}x + \frac{13}{3}$$

(remarque orale : ce théorème justifie la lecture graphique de a, si on prend un écart de 1 entre x_1 et x_2 alors $a = f(x_1) - f(x_2)$)

IV Signe du binôme $ax + b$ ($a \neq 0$)

Quelques soient a et b deux réels, $a \neq 0$.

$$f : x \longrightarrow ax + b$$

on s'intéresse au signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

. si $a > 0$

cherchons pour quelles valeurs de x, $f(x) > 0$.

$$f(x) > 0 \iff ax + b > 0$$

$$\iff ax > -b$$

$$\iff x > -\frac{b}{a}$$

$$\iff x \in]-\frac{b}{a}; +\infty[$$

$$\text{de la même façon, } f(x) < 0 \iff x \in]-\infty; -\frac{b}{a}[\text{ et } f(x) = 0 \iff x = -\frac{b}{a}$$

. si $a < 0$

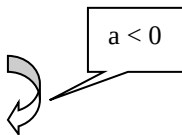
cherchons pour quelles valeurs de x, $f(x) > 0$.

$$f(x) > 0 \iff ax + b > 0$$

$$\iff ax > -b$$

$$\iff x < -\frac{b}{a}$$

$$\iff x \in]-\infty; -\frac{b}{a}[$$



$$\text{de la même façon, } f(x) < 0 \iff x \in]-\frac{b}{a}; +\infty[\text{ et } f(x) = 0 \iff x = -\frac{b}{a}$$

Théorème :

Soient a et b deux réels, $a \neq 0$.

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

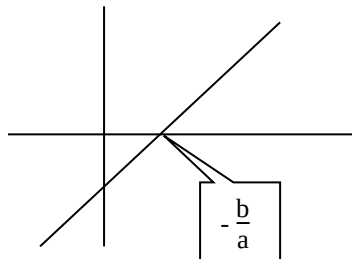
. si $a > 0$ alors f est positive sur $]-\frac{b}{a}; +\infty[$

f est négative sur $]-\infty; -\frac{b}{a}[$

f est nulle en $-\frac{b}{a}$

ce que l'on peut résumer dans le tableau de signe suivant

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f	—	0	+



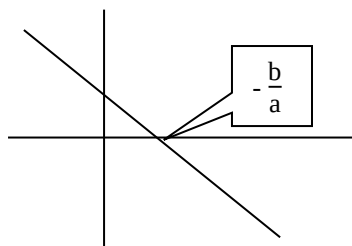
. si $a < 0$ alors f est positive sur $]-\infty; -\frac{b}{a}[$

f est négative sur $]-\frac{b}{a}; +\infty[$

f est nulle en $-\frac{b}{a}$

ce que l'on peut résumer dans le tableau de signe suivant

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f	+	0	—



résumé :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f	opposé du signe de a	0	signe de a

exemple :

$$f : x \longmapsto 2x - 3$$

$$f(x) = 0 \iff 2x - 3 = 0$$

$$\iff x = \frac{3}{2}$$

f est positive sur $]\frac{3}{2}; +\infty[$ et négative sur $]-\infty; \frac{3}{2}[$

tableau de signe de f

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
f	—	0	+