

Résumé du cours

1-Observations

Exemple 1

Données :

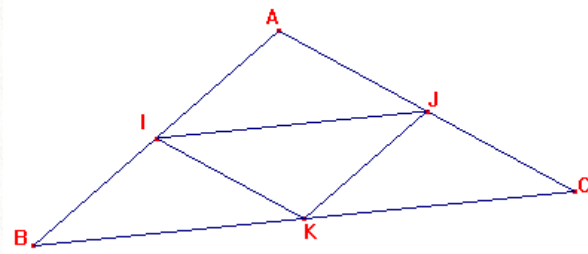
- A , B et C sont des points non alignés .
- I est le milieu de [AB] .
- J est le milieu de [AC] .
- K est le point tel que AIKJ soit un parallélogramme .

1°) Tracer les segments [IJ] , [BK] et [CK] .

2°) Effectuer des conjectures à propos :

- Du point K .
- Des droites (IJ) et (BC) .
- Des distances IJ et BC .

3°) Démontrer les conjectures précédents .



2°) Conjectures :

- Le point K est le milieu de [BC] .
- Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles .
- $IJ = \frac{1}{2} BC$.

3°) Démonstration des conjectures :

On a : I = A * B , donc IA = IB (1)

AIKJ est un parallélogramme , donc IA = JK (2) .

Des relations : (1) et (2) , on déduit donc , que : IB = JK .

Les points : A , I et B sont alignés et (AI) $\parallel$ (JK) , donc (IB) $\parallel$ (JK) (3) .

De relations (2) et (3) , on déduit que IBKJ est un parallélogramme .

On démontre de la même façon que : IKCJ est un parallélogramme .

On en déduit donc que : (IJ) $\parallel$ (KC) et (IJ) $\parallel$ (KB)

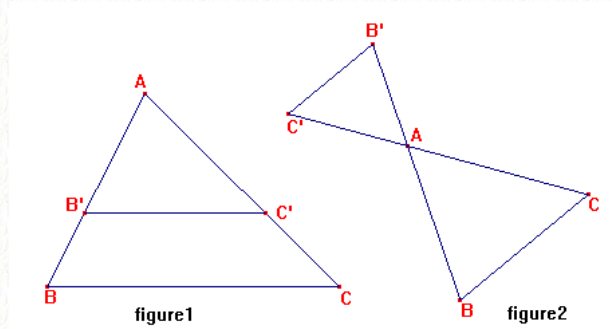
et IJ = KC = BK .

D'où : (BK) $\parallel$ (KC) et par suite , les points : B , K et C sont alignés , de plus BK = KC ,

donc K = B * C .

Conclusion : $IJ = \frac{1}{2} BC$ et (IJ) $\parallel$ (BC) .

Exemple 2

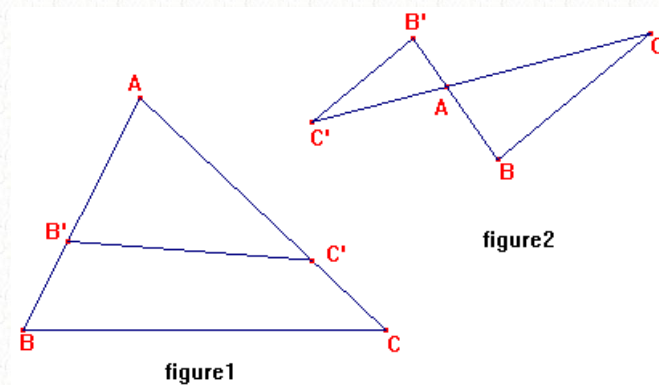


En tenant compte des positions respectives des points des figures ci-dessus , remplir le tableau suivant à l'aide des valeurs projetées .

AB	AC	BC	AB'	AC'	B'C'	$\frac{AB'}{AB}$	$\frac{AC'}{AC}$	$\frac{B'C'}{BC}$
4,27	5,41	5,77	2,64	3,34	3,56	0,618	0,617	0,616
3,22	3,69	3,27	2,13	2,44	2,16	0,661	0,661	0,660

Conclusion : On a : $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

Exemple 3



En tenant compte des positions respectives des points des figures ci-dessus , remplir le tableau suivant à l'aide des valeurs projetées .

AB	AC	AB'	AC'	$\frac{AB'}{AB}$	$\frac{AC'}{AC}$	(B'C') est-elle parallèle à (BC) ?	
4,27	5,56	2,64	3,88	0,618	0,697	$(BC) \not\parallel (B'C')$	Figure1
1,47	3,48	0,97	2,30	0,659	0,660	$(BC) \parallel (B'C')$	Figure2

Conclusion :

• Dans le cas de la figure 1 , on a : $\frac{AB'}{AB} \neq \frac{AC'}{AC}$, donc les droites (BC) et (B'C') ne sont pas parallèles .

• Dans le cas de la figure 2, on a : $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$, donc les droites (BC) et B'C') sont parallèles .

2- Droites et milieux

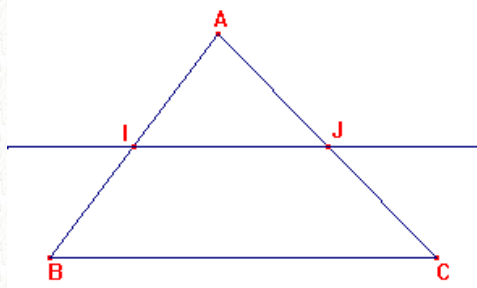
• Dans un triangle , la droite joignant les milieux des deux côtés est parallèle au troisième côté .

• Dans un triangle , la droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu .

Conclusion :

- Soit ABC un triangle quelconque .
- I est le milieu de [AB] .
- J est le milieu de [AC] .

Alors : $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \frac{1}{2} BC$.



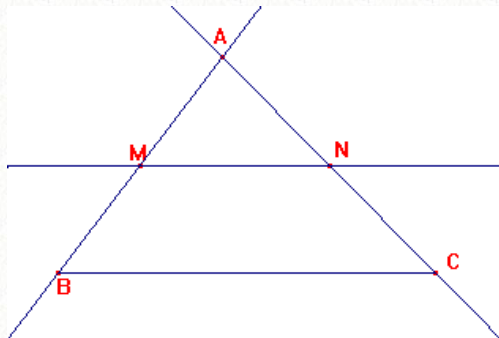
- Soit ABC un triangle quelconque .
- I est le milieu de [AB] .
- $(IJ) \parallel (BC)$.

Alors : J est le milieu de [AC] .

3-Théorème de Thalès dans un triangle

Soit deux droites (AB) et (AC) sécantes en A , M un point de (AB) et N un point de (AC) tels que les droites (BC) et (MN) sont parallèles .

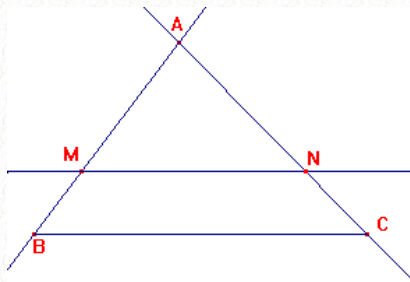
Alors , on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



3-Réciproque du théorème de Thalès

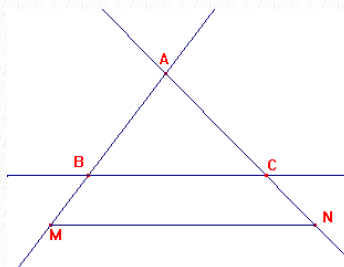
- Soient deux droites (AB) et (AC) sécantes en A .
- Soient M un point de [AB] et N un point de [AC] tous deux distincts du point A .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles .



- Soient deux droites (AB) et (AC) sécantes en A .
- Soient M un point de (AB) et N un point de (AC) tous deux distincts du point A et tels que B appartient à [AM] et C appartient à [AN] .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles .



••• Soient deux droites (AB) et (AC) sécantes en A .
Soient M un point de (AB) et N un point de (AC) tous deux distincts du point A et tels que A appartient à [CN] et A appartient à [BM] .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles .

